



ویژه کنکور ۱۴۰۴

رشته انسانی

FIRST CLASS CLASSINO

مهندس آریان حیدری

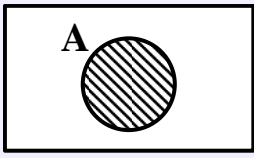
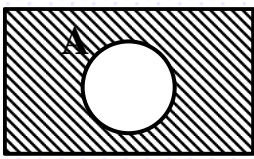
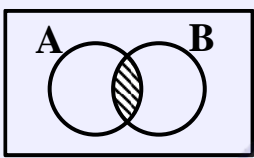
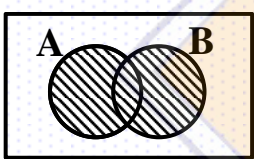
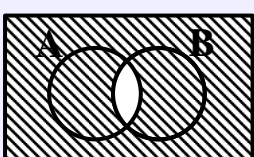
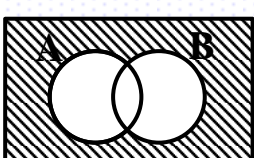
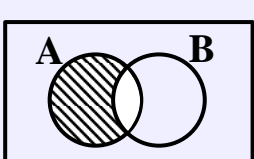
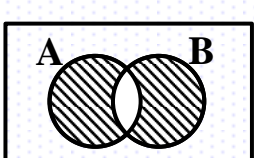




تحصيل باما

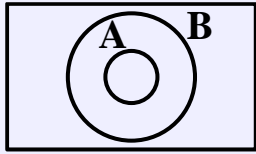


مجموعه‌ها

	A	تو A هست
	A'	تو A نیست
	$A \cap B$	هم تو A ، هم تو B A و B
	$A \cup B$	تو A ، تو B یا هر دو حداقل تویی یکی از A یا B A یا B
	$(A \cap B)'$ $A' \cup B'$	توی هر دوی A و B نباشد
	$(A \cup B)'$ $A' \cap B'$	نه تو A ، نه تو B
	$A - B$ $A \cap B'$	تو A هست ولی تو B نیست فقط تو A
	$(A - B) \cup (B - A)$ $(A \cup B) - (A \cap B)$	فقط تویی یکی از A یا B

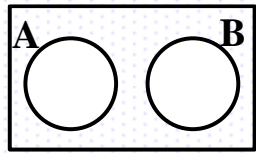


حالات خاص:



$$A \subset B$$

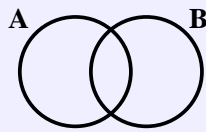
A زیر مجموعه B



$$A \cap B = \emptyset$$

$$A \subset B'$$

A و B جدا از هم (ناسازگار)



$$A \cup B = S$$

A و B مکمل هم

* در حالات خاص اول و دوم، اجتماع، اشتراک و تفاضل دو مجموعه را بررسی کنید.

* یادآوری:

$$\begin{cases} A \cup \emptyset = A \\ A \cap \emptyset = \emptyset \end{cases}$$

$$\begin{cases} A \cup S = S \\ A \cap S = A \end{cases}$$

* روش: رسم ← در حالات غیر خاص شماره گذاری ناحیه‌ها



(ریاضی ۹۹)

۱. اگر A و B دو مجموعه غیر تهی با شرط $A \subset B$ باشند، آن گاه کدام رابطه نادرست است؟

$$B \cap A' = \emptyset \quad (۴) \quad A \cap B' = \emptyset \quad (۳) \quad A - B' = A \quad (۲) \quad B - A' = A \quad (۱)$$

زرتنگ باش

۲. فرض کنید A و B دو مجموعه غیر تهی و جدا از هم، با یک مجموعه مرجع باشند، کدام رابطه نادرست است؟

(ریاضی قارج ۹۹)

$$(A \cup B)' = \emptyset \quad (۴) \quad A \cap B' = A \quad (۳) \quad A - B' = \emptyset \quad (۲) \quad A \subset B' \quad (۱)$$

(انسانی قارج ۱۴۰۰)

۳. اگر $A \subseteq B'$ باشد، حاصل $((A - B) \cup (B - A))'$ ، کدام است؟

$$A' \cup B' \quad (۴) \quad A \cup B \quad (۳) \quad A' \cap B' \quad (۲) \quad A \cap B \quad (۱)$$

تعمیل بابا

۴. اگر متمم مجموعه $(A - B) \cup (B - A)$ برابر $A \cap B$ باشد، کدام عبارت درست است؟ (S مجموعه مرجع است.)

(انسانی ۱۴۰۰)

$$B = \emptyset \text{ یا } A = \emptyset \quad (۴) \quad A \cup B = S \quad (۳) \quad A \subseteq B' \quad (۲) \quad A \subseteq B \quad (۱)$$



(آزمون گزینه دو)

۵. متمم مجموعه $(A - B)' - A'$ کدام است؟

خطرا!

$A' \cap B'$ (۴)

$A' \cup B'$ (۳)

$A \cup B$ (۲)

$A \cap B$ (۱)

پاسخ: گزینه ۳

$$\begin{aligned} (A - B)' - A' &\xrightarrow{\text{تفاضل به اشتراک}} = (A \cap B')' \cap (A')' \xrightarrow{\text{دمورگان}} = (A' \cup B) \cap A \xrightarrow{\text{پخش}} \\ &= (A' \cap A) \cup (B \cap A) = \emptyset \cup (B \cap A) = B \cap A \xrightarrow{\text{متمم}} = (B \cap A)' \xrightarrow{\text{دمورگان}} \\ &= B' \cup A' \xrightarrow{\text{جابہ جایی}} = A' \cup B' \end{aligned}$$

(ریاضی فارچ ۹۹)

۶. مجموعه $(A - (A \cap B')) \cup (B \cap (A \cap B)')$ با کدام مجموعه، برابر است؟

B' (۴)

A' (۳)

B (۲)

A (۱)

پاسخ: گزینه ۲

$$\begin{aligned} A - (A \cap B') &\xrightarrow{\text{تفاضل به اشتراک}} = A \cap (A \cap B')' \xrightarrow{\text{دمورگان}} = A \cap (A' \cup B) \xrightarrow{\text{پخش}} \\ &= (A \cap A') \cup (A \cap B) = \emptyset \cup (A \cap B) = A \cap B \\ B \cap (A \cap B)' &\xrightarrow{\text{دمورگان}} = B \cap (A' \cup B') \xrightarrow{\text{پخش}} = (B \cap A') \cup (B \cap B') \\ &= (B \cap A') \cup \emptyset = B \cap A' \xrightarrow{\text{جابہ جایی}} = A' \cap B \end{aligned}$$

نهایتاً داریم:

$$(A \cap B) \cup (A' \cap B) \xrightarrow{\text{فاکتورگیری}} = (A \cup A') \cap B = S \cap B = B$$



۷. اگر A و B دو مجموعه ناتهی از مجموعه مرجع S باشند، مجموعه $[(A \cap B) - B]' \cap [(A \cap B) \cup (A - B)]$ با کدام مجموعه برابر است؟

(ریاضی فارغ ۱۴۰۱)

- (۱) A (۲) \emptyset (۳) $A - B$ (۴) $A' - B'$

پاسخ: گزینه ۱

پرانتهز اول : $[(A \cap B) - B]' \xrightarrow{\text{تفاضل به اشتراك}} = [(A \cap B) \cap B']' = [A \cap B \cap B']' = [A \cap (B \cap B')]'$

$= [A \cap \emptyset]' = [\emptyset]' = S$

پرانتهز دوم : $(A \cap B) \cup (A - B) \xrightarrow{\text{تفاضل به اشتراك}} = (A \cap B) \cup (A \cap B') \xrightarrow{\text{فاكتورگيري}} = A \cap (B \cup B')$

$= A \cap S = A$

$(\text{پرانتهز اول}) \cap (\text{پرانتهز دوم}) = S \cap A = A$

۸. اگر A و B دو مجموعه ناتهی از مجموعه مرجع S باشند، مجموعه $A' \cup ((B \cap A) \cap [(B \cup A) \cap B])$ با کدام مجموعه برابر است؟

(ریاضی ۱۴۰۱)

- (۱) $(A - B)'$ (۲) $B - A$ (۳) B (۴) \emptyset

پاسخ: گزینه ۱

$A' \cup ((B \cap A) \cap [(B \cup A) \cap B]) \xrightarrow{\text{جابه جایی}} = A' \cup ((B \cap A) \cap B) \xrightarrow{\text{جذب}}$

$= A' \cup ((A \cap B) \cap B) = A' \cup (A \cap B \cap B) = A' \cup (A \cap B) \xrightarrow{\text{پخش}}$

$= (A' \cup A) \cap (A' \cup B) = S \cap (A' \cup B) = A' \cup B \xrightarrow{\text{عكس دمورگان}} = (A \cap B)'$

$\xrightarrow{\text{اشترك به تفاضل}} = (A - B)'$

تحصيل باما



۹. به ازای دو مجموعه ناتهی A و B، مجموعه $[B' - (A' \cup B)'] \cap [A' \cup (B' - (A \cup B)')]$ با کدام مجموعه، برابر است؟

(ریاضی مهر ۱۴۰۱)



$$A - B \quad (۲)$$

$$B \quad (۱)$$

$$B' \quad (۴)$$

$$B - A \quad (۳)$$

پاسخ: گزینه ۴

$$B' - (A' \cup B)' \xrightarrow{\text{تفاضل به اشتراک}} B' \cap (A' \cup B) \xrightarrow{\text{پخش}} (B' \cap A') \cup (B' \cap B)$$

$$= (B' \cap A') \cup B' \xrightarrow{\text{جذب}} B'$$

$$A' \cup (B' - (A \cup B)') \xrightarrow{\text{تفاضل به اشتراک}} A' \cup (B' \cap (A \cup B)) \xrightarrow{\text{پخش}}$$

$$= A' \cup ((B' \cap A) \cup (B' \cap B)) = A' \cup ((B' \cap A) \cup \emptyset) = A' \cup (B' \cap A) \xrightarrow{\text{پخش}}$$

$$= (A' \cup B') \cap (A' \cup A) = (A' \cup B') \cap S = A' \cup B'$$

$$(A' \cup B') \cap (B' \cap (A' \cup B)) \xrightarrow{\text{جذب}} B' \cap (A' \cup B) \xrightarrow{\text{جذب}} B'$$

(ریاضی فارج ۱۴۰۱)

۱۰. اگر U مجموعه مرجع و $A' \cup B = A' \cap B'$ باشد، کدام مورد درست است؟

$$B = \emptyset \quad (۴)$$

$$B = S \quad (۳)$$

$$A = \emptyset \quad (۲)$$

$$A = B \quad (۱)$$

تحصیل باما

پاسخ: گزینه ۴

بررسی گزینه‌ها:

$$۱ \text{ گزینه } : A' \cup B = A' \cap B' \xrightarrow{A=B} A' \cup A = A' \cap A' \Rightarrow S = A' \quad \times$$

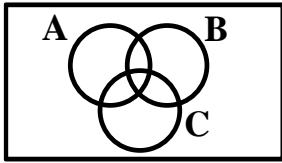
$$۲ \text{ گزینه } : A' \cup B = A' \cap B' \xrightarrow{A=\emptyset} \emptyset' \cup B = \emptyset' \cap B' \Rightarrow S \cup B = S \cap B' \Rightarrow S = B' \quad \times$$

$$۳ \text{ گزینه } : A' \cup B = A' \cap B' \xrightarrow{B=S} A' \cup S = A' \cap S' \Rightarrow A' \cup S = A' \cap \emptyset \Rightarrow S = \emptyset \quad \times$$

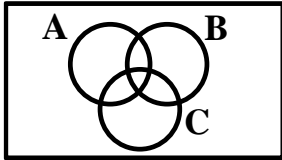
$$۴ \text{ گزینه } : A' \cup B = A' \cap B' \xrightarrow{B=\emptyset} A' \cup \emptyset = A' \cap \emptyset' \Rightarrow A' \cup \emptyset = A' \cap S \Rightarrow A' = A' \quad \checkmark$$



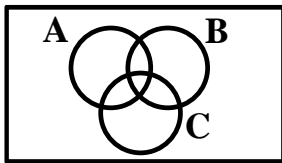
مثال: A و B و C سه پیشامد از فضای نمونه‌ای S هستند. پیشامدهای زیر را در نمودار ون سایه بزنید.



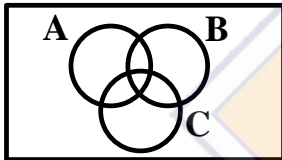
۱۱. فقط B رخ بدهد. (کتاب درسی)



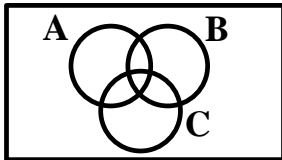
۱۲. B رخ بدهد و C رخ ندهد. (کتاب درسی)



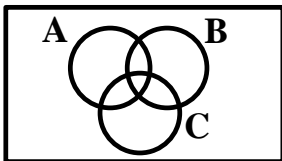
۱۳. فقط A یا فقط C رخ دهد.



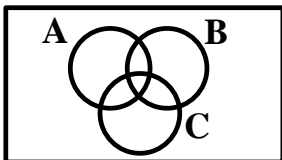
۱۴. فقط A یا فقط C یا B رخ دهد.



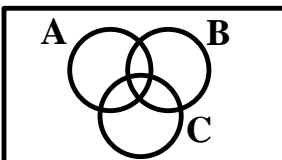
۱۵. حداقل یکی از A یا C رخ دهد و B رخ ندهد.



۱۶. A و C رخ بدهند و B رخ ندهد. (کتاب درسی)



۱۷. فقط دو تا از سه پیشامد رخ بدهند. (کتاب درسی)



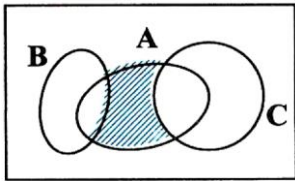
۱۸. $(A - C) \cup (B - C)$

تحصیل باما



۱۹. مجموعه‌های A ، B و C ، مطابق شکل مقابل، مفروض‌اند. کدام مورد برای قسمت سایه خورده، نادرست

(انسانی ۹۹)



زرتنگ باش!

۱) $A \cap (B' \cap C')$

۲) $A \cap (B \cup C)'$

۳) $(A - C) \cap (A - B)$

۴) $(A - C) \cup (A - B)$

پاسخ: گزینه ۴

بررسی گزینه‌ها:

گزینه ۱: $A \cap (B' \cap C')$

گزینه ۲: $A \cap (B \cup C)' \xrightarrow{\text{دمورگان}} = A \cap (B' \cap C')$

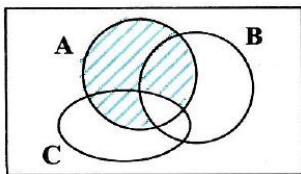
گزینه ۳: $(A - C) \cap (A - B) \xrightarrow{\text{تفاضل به اشتراک}} = (A \cap C') \cap (A \cap B') \xrightarrow{\text{فاکتورگیری}} = A \cap (C' \cap B') \xrightarrow{\text{جابجایی}} = A \cap (B' \cap C')$

گزینه ۴: $(A - C) \cup (A - B) \xrightarrow{\text{تفاضل به اشتراک}} = (A \cap C') \cup (A \cap B') \xrightarrow{\text{فاکتورگیری}} = A \cap (C' \cup B')$

گزینه ۴ با بقیه گزینه‌ها متفاوت است.

۲۰. مطابق شکل مقابل، فرض کنید A ، B و C ، سه مجموعه باشند. کدام مورد برای قسمت سایه خورده، نادرست

(انسانی قارچ ۹۹)



۱) $(A - B) \cup (A - C)$

۲) $A \cap (B' \cup C')$

۳) $A - (B \cap C)$

۴) $A - (B \cup C)$

پاسخ: گزینه ۴

بررسی گزینه‌ها:

گزینه ۱: $(A - B) \cup (A - C) \xrightarrow{\text{تفاضل به اشتراک}} = (A \cap B') \cup (A \cap C') \xrightarrow{\text{فاکتورگیری}} = A \cap (B' \cup C')$

گزینه ۲: $A \cap (B' \cup C')$

گزینه ۳: $A - (B \cap C) \xrightarrow{\text{تفاضل به اشتراک}} = A \cap (B \cap C)' \xrightarrow{\text{دمورگان}} = A \cap (B' \cup C')$

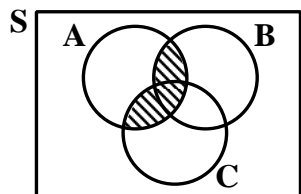
گزینه ۴: $A - (B \cup C) \xrightarrow{\text{تفاضل به اشتراک}} = A \cap (B \cup C)' \xrightarrow{\text{دمورگان}} = A \cap (B' \cap C')$

گزینه ۴ با بقیه گزینه‌ها متفاوت است.



۲۱. سه پیشامد A ، B و C مطابق شکل زیر، در فضای نمونه‌ای S مفروض‌اند. کدام مورد برای قسمت هاشور خورده،

(انسانی دی ۱۴۰۱)



نادرست است؟

(۱) $A \cap (B \cup C)$

(۲) $(A \cap B) \cup (A \cap C)$

(۳) $(A - (A - B)) \cup (A - (A - C))$

(۴) $(A - (A \cap B)) \cap (A \cap C)$

پاسخ: گزینه ۴

بررسی گزینه‌ها:

زرتنگ باش!

گزینه ۱: $A \cap (B \cup C)$

گزینه ۲: $(A \cap B) \cup (A \cap C) \xrightarrow{\text{فکتورگیری}} = A \cap (B \cup C)$

گزینه ۳: $(A - (A - B)) \cup (A - (A - C)) \xrightarrow{\text{تفاضل به اشتراک}}$

$$= (A - (A \cap B')) \cup (A - (A \cap C')) \xrightarrow{\text{تفاضل به اشتراک}}$$

$$= (A \cap (A \cap B'))' \cup (A \cap (A \cap C'))' \xrightarrow{\text{دمورگان}}$$

$$= (A \cap (A' \cup B)) \cup (A \cap (A' \cup C)) \xrightarrow{\text{پخش}}$$

$$= ((A \cap A') \cup (A \cap B)) \cup ((A \cap A') \cup (A \cap C))$$

$$= (\emptyset \cup (A \cap B)) \cup (\emptyset \cup (A \cap C)) = (A \cap B) \cup (A \cap C) \xrightarrow{\text{فکتورگیری}}$$

$$= A \cap (B \cup C)$$

گزینه ۴: $(A - (A \cap B)) \cap (A \cap C) \xrightarrow{\text{تفاضل به اشتراک}}$

$$= (A \cap (A \cap B)') \cap (A \cap C) \xrightarrow{\text{دمورگان}}$$

$$= (A \cap (A' \cup B')) \cap (A \cap C) \xrightarrow{\text{پخش}}$$

$$= ((A \cap A') \cup (A \cap B')) \cap (A \cap C) = (\emptyset \cup (A \cap B')) \cap (A \cap C) = (A \cap B') \cap (A \cap C) \xrightarrow{\text{فکتورگیری}}$$

$$= A \cap (B' \cap C) \xrightarrow{\text{جابه‌جایی}}$$

$$= A \cap (C \cap B') \xrightarrow{\text{اشتراک به تضاد}} = A \cap (C - B)$$

گزینه ۴ با بقیه گزینه‌ها متفاوت است.



روش حل تست های جبر مجموعه های سه تایی:

(۱) مجموعه سوم، fake است!

(۲) حالت خاص (\emptyset) برای مجموعه سوم و تبدیل به دو مجموعه ای:

(۳) رسم و شماره گذاری ناحیه ها.



(ریاضی قارچ ۱۴۰۰)

۲۲. فرض کنید $C = (A - B) \cup (B - A)$ ، حاصل $(A' \cap B')' \cap C'$ کدام است؟

$A \cup B$ (۲)

$A \cap B$ (۱)

C' (۴)

C (۳)

پاسخ: گزینه ۱

اولاً $(A' \cap B')' \xrightarrow{\text{دمورگان}} = A \cup B$

ثانیاً $C = (A - B) \cup (B - A)$

$C' = ((A - B) \cup (B - A))' \xrightarrow{\text{تفاضل به اشتراک}} = ((A \cap B') \cup (B \cap A'))' \xrightarrow{\text{دمورگان}}$

$= (A \cap B')' \cap (B \cap A) \xrightarrow{\text{دمورگان}} = (A' \cup B) \cap (B' \cup A)$

تحصیل باما

پس نهایتاً داریم:

$(A' \cap B')' \cap C' = (A \cup B) \cap ((A' \cup B) \cap (B' \cup A))$

$= (A \cup B) \cap (A' \cup B) \cap (B' \cup A) \xrightarrow{\text{فاکتور}} = ((A \cap A') \cup B) \cap (B' \cup A) = (\emptyset \cup B) \cap (B' \cup A)$

$= B \cap (B' \cup A) \xrightarrow{\text{پخش}} = (B \cap B') \cup (B \cap A) = \emptyset \cup (B \cap A) = B \cap A \xrightarrow{\text{جابہ جایی}}$

$= A \cap B$



۲۳. فرض کنید $S = A \cup B$ مجموعه مرجع و $C = (A - B) \cup (B - A)$. اگر $(A' - B)' \cap C' = B$ کدام عبارت

(ریاضی ۱۴۰۰)

درست است؟

$$A \cap B = \emptyset \quad (۲)$$

$$B \subseteq A \quad (۱)$$

$$A - B \quad (۴)$$

$$A \subseteq B \quad (۳)$$

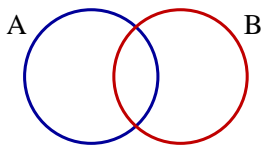
پاسخ: گزینه ۱

$$\begin{aligned} ((A' - B)' \cap C)' &\xrightarrow{\text{تفاضل به اشتراک}} ((A' \cap B)' \cap C)' \xrightarrow{\text{دمورگان}} ((A \cup B) \cap C)' \xrightarrow{A \cup B = S} \\ &= (S \cap C)' = C' \end{aligned}$$

حالا C' را محاسبه می‌کنیم:

$$\begin{aligned} C' = ((A - B) \cup (B - A))' &\xrightarrow{\text{تفاضل به اشتراک}} ((A \cap B') \cup (B \cap A'))' \xrightarrow{\text{دمورگان}} \\ &= (A \cap B')' \cap (B \cap A')' \xrightarrow{\text{دمورگان}} (A' \cup B) \cap (B' \cup A) \end{aligned}$$

چون $A \cup B = S$ است:



$$\begin{cases} A' \subset B \longrightarrow A' \cup B = B \\ B' \subset A \longrightarrow B' \cup A = A \end{cases}$$

پس:

$$C' = (A' \cup B) \cap (B' \cup A) = B \cap A$$

نهایتاً با توجه به فرض سؤال، مجموعه به دست آمده برابر با B است، پس:

$$B \cap A = B \Rightarrow B \subseteq A$$



۱.۲۴ اگر $C = (A' - B) \cup (A' - B')$ ، $D = (B' - A) \cup (B' - A')$ و $E = C \cup D$ باشد، E' کدام

است؟

(انسانی اردیبهشت ۱۴۰۳)

$$A \cap B \quad (۴)$$

$$A \cup B \quad (۳)$$

$$A' \cap B' \quad (۲)$$

$$A' \cup B' \quad (۱)$$

پاسخ: گزینه ۴

$$C = (A' - B) \cup (A' - B') \xrightarrow{\text{تفاضل به اشتراک}} (A' \cap B') \cup (A' \cap B) \xrightarrow{\text{فاکتور}}$$

$$= A' \cap (B' \cup B) = A' \cap S = A'$$

$$D = (B' - A) \cup (B' - A') \xrightarrow{\text{تفاضل به اشتراک}} (B' \cap A') \cup (B' \cap A) \xrightarrow{\text{فاکتور}}$$

$$= B' \cap (A' \cup A) = B' \cap S = B'$$

$$E = C \cup D = A' \cup B'$$

$$E' = (A' \cup B')' \xrightarrow{\text{دمورگان}} = A \cap B$$

تحصیل باما



(ریاضی ۹۹)

۲۵. مجموعه $(A - B) \cup ((B \cap C)' \cap ((B' \cup A) - B))$ ، با کدام مجموعه، برابر است؟

$A \cap B'$ (۲)

$A \cup B'$ (۱)

B' (۴)

A (۳)

پاسخ: گزینه ۴

$$A - B \xrightarrow{\text{تفاضل به اشتراک}} = A \cap B'$$

$$(B \cap C)' \cap ((B' \cup A) - B) \xrightarrow{\text{تفاضل به اشتراک}} = (B \cap C)' \cap ((B' \cup A) \cap B') \xrightarrow{\text{جذب}}$$

$$= (B \cap C)' \cap B' \xrightarrow{\text{دمورگان}} = (B' \cup C') \cap B' \xrightarrow{\text{جذب}} = B'$$

$$(A - B) \cup ((B \cap C)' \cap ((B' \cup A) - B)) \xrightarrow{\text{جذب}} = B'$$

(انسانی تیر ۱۴۰۳)

۲۶. مجموعه $(A - B) - (C - B)$ با کدام یک از مجموعه‌های زیر برابر است؟

$(A - B) - C$ (۴)

$B - (A \cup C)$ (۳)

$A - (B \cup C')$ (۲)

$(B - C) - A$ (۱)

پاسخ: گزینه ۴

$$(A - B) - (C - B) \xrightarrow{\text{تفاضل به اشتراک}} = (A \cap B') - (C \cap B') \xrightarrow{\text{تفاضل به اشتراک}}$$

$$= (A \cap B') \cap (C \cap B')' \xrightarrow{\text{دمورگان}} = (A \cap B') \cap (C' \cup B) \xrightarrow{\text{پخش}}$$

$$= ((A \cap B') \cap C') \cup ((A \cap B') \cap B) = ((A \cap B') \cap C') \cup (A \cap B' \cap B) = ((A \cap B') \cap C') \cup (A \cap (B' \cap B))$$

$$= ((A \cap B') \cap C') \cup (A \cap \emptyset) = ((A \cap B') \cap C') \cup \emptyset = (A \cap B') \cap C' \xrightarrow{\text{اشتراک به تفاضل}}$$

$$= (A - B) \cap C' \xrightarrow{\text{اشتراک به تفاضل}} = (A - B) - C$$



۲۷. اگر A ، B و C سه مجموعه ناتهی از مجموعه مرجع S باشند، مجموعه $C - ((A - B)' - (B - C)) - C$ با کدام

(ریاضی دی ۱۴۰۱)

مجموعه برابر است؟

(۱) $A' - (B \cup C)$

(۲) $B - (A \cup C)$

(۳) $C - (A \cup B)$

(۴) $(A' \cup B') - C$

خطر!

پاسخ: گزینه ۱

$$\begin{aligned}
 & ((A - B)' - (B - C)) - C \xrightarrow{\text{تفاضل به اشتراک}} = ((A \cap B')' - (B \cap C')) \cap C' \xrightarrow{\text{تفاضل به اشتراک}} \\
 & = ((A \cap B')' \cap (B \cap C')') \cap C' \xrightarrow{\text{دمورگان}} = ((A' \cup B) \cap (B' \cup C)) \cap C' = (A' \cup B) \cap ((B' \cup C) \cap C') \xrightarrow{\text{پخش}} \\
 & = (A' \cup B) \cap ((B' \cap C') \cup (C \cap C')) = (A' \cup B) \cap ((B' \cap C') \cup \emptyset) = (A' \cup B) \cap (B' \cap C') \\
 & = ((A' \cup B) \cap B') \cap C' \xrightarrow{\text{پخش}} = ((A' \cap B') \cup (B \cap B')) \cap C' = ((A' \cap B') \cup \emptyset) \cap C' \\
 & = (A' \cap B') \cap C' = A' \cap B' \cap C' = A' \cap (B' \cap C') \xrightarrow{\text{عکس دمورگان}} \\
 & = A' \cap (B \cup C)' \xrightarrow{\text{اشتراک به تفاضل}} = A' - (B \cup C)
 \end{aligned}$$

تحصیل باما



استراتژی‌های سه گانه آریان حیدری

استراتژی ۱

۱. اگر عبارت مخرج کسرها، صفر نباشند، حاصل عبارت $\frac{x^3 + 3x^2 + 2x}{x(x+1)(x^2-4)} - \frac{2}{x^2-2x}$ کدام است؟ (انسانی ۹۹)

$$\frac{x}{x-2} \quad (۴)$$

$$\frac{2}{x} \quad (۳)$$

$$\frac{1}{x-2} \quad (۲)$$

$$\frac{1}{x} \quad (۱)$$

پاسخ: گزینه ۱

عبارت‌های موجود در صورت و مخرج را تجزیه کرده و در پایان، مخرج مشترک می‌گیریم:

$$\begin{aligned} \frac{x(x^2 + 3x + 2)}{x(x+1)(x^2-4)} - \frac{2}{x^2-2x} &= \frac{x(x+1)(x+2)}{x(x+1)(x-2)(x+2)} - \frac{2}{x(x-2)} \\ &= \frac{1}{x-2} - \frac{2}{x(x-2)} = \frac{x-2}{x(x-2)} = \frac{1}{x} \end{aligned}$$

(انسانی خارج ۹۹)

۲. با فرض این که مخرج کسرها صفر نیستند، حاصل عبارت $\frac{x+2}{x^2+x-2} - \frac{2x}{x^3-x}$ کدام است؟



$$\frac{x-2}{x+1} \quad (۴)$$

$$\frac{x-2}{x-1} \quad (۳)$$

$$\frac{1}{x-1} \quad (۲)$$

$$\frac{1}{x+1} \quad (۱)$$

تحصیل باما

پاسخ: گزینه ۱

عبارت‌های موجود در مخرج را تجزیه کرده و در پایان، مخرج مشترک می‌گیریم:

$$\begin{aligned} \frac{x+2}{x^2+x-2} - \frac{2x}{x(x^2-1)} &= \frac{x+2}{(x+2)(x-1)} - \frac{2x}{x(x-1)(x+1)} \\ &= \frac{1}{x-1} - \frac{2}{(x-1)(x+1)} = \frac{(x+1)-2}{(x-1)(x+1)} = \frac{x-1}{(x-1)(x+1)} = \frac{1}{x+1} \end{aligned}$$



۳. اگر درآمد افراد یک جامعه ۴ برابر شود، مقادیر خط فقر با استفاده از میانگین (a) و خط فقر با استفاده از میانه

(b) چه تغییری می‌کنند؟

(انسانی ۱۴۰)

(۲) a و b، ۴ برابر می‌شوند.

(۱) a و b، ۲ برابر می‌شوند.

(۴) a، ۴ برابر و b، ۲ برابر می‌شود.

(۳) a، ۲ برابر و b، ۴ برابر می‌شود.

یادآوری خط فقر

پاسخ: گزینه ۲

به نکته زیر توجه کنید:

نکته: اگر میانگین و میانه داده‌های آماری x_1, x_2, \dots, x_n به ترتیب برابر با \bar{x} و Q_2 باشد، میانگین و میانه داده‌های آماری $ax_1 + b, ax_2 + b, \dots, ax_n + b$ برابر است با:

$$\text{میانگین} = a\bar{x} + b$$

$$\text{میانه} = aQ_2 + b$$

در این تست، وقتی درآمد افراد جامعه ۴ برابر می‌شود، در واقع داده‌های آماری ۴ برابر شده و طبق نکته بالا، میانگین و میانه آن‌ها نیز ۴ برابر می‌شود. حالا از آنجا که خط فقر براساس میانگین و میانه برابر است با:

$$\begin{cases} a = \frac{\bar{x}}{2} \\ b = \frac{Q_2}{2} \end{cases}$$

پس با ۴ برابر شدن میانگین و میانه، خط فقر هم ۴ برابر می‌شود.

(انسانی ۹۵)

۴. اگر $f(x) = -x^2 + 3x$ باشد، حاصل $f(x+2) - f(2)$ کدام است؟

(۴) $-x^2 + x - 1$

(۳) $-x^2 - x + 1$

(۲) $-x^2 + x$

(۱) $-x^2 - x$

تحصیل باما

پاسخ: گزینه ۱

$$f(x) = -x^2 + 3x$$

$$\text{اولاً: } f(x+2) = -(x+2)^2 + 3(x+2) = -(x^2 + 4x + 4) + (3x + 6) = (-x^2 - 4x - 4) + (3x + 6) = -x^2 - x + 2$$

$$\text{ثانیاً: } f(2) = -4 + 6 = 2$$

پس نهایتاً داریم:

$$f(x+2) - f(2) = (-x^2 - x + 2) - (2) = -x^2 - x$$



۵. اگر تابع خطی $f(x) = (1-2m)x - \frac{2m+3}{2}$ به ازای همه مقادیر m از نقطه (α, β) بگذرد، مقدار $\beta - \alpha$ کدام است؟

(انسانی ۱۴۰۲)

- (۱) $\frac{3}{2}$ (۲) $-\frac{3}{2}$ (۳) $\frac{5}{2}$ (۴) $-\frac{5}{2}$

پاسخ: گزینه ۲

$$f(x) = (1-2m)x - \frac{2m+3}{2} \xrightarrow{\text{صدق } (\alpha, \beta)} \beta = (1-2m)\alpha - \frac{2m+3}{2} \Rightarrow \beta = \alpha - 2m\alpha - m - \frac{3}{2}$$

$$\Rightarrow \beta = -m(2\alpha+1) + \alpha - \frac{3}{2}$$

این رابطه در صورتی به ازای همه مقادیر m برقرار است که ضریب آن صفر باشد تا تأثیر m از بین برود:

$$2\alpha+1=0 \Rightarrow \alpha = -\frac{1}{2}$$

$$\beta = \alpha - \frac{3}{2} = -\frac{1}{2} - \frac{3}{2} = -2$$

$$\beta - \alpha = -2 - \left(-\frac{1}{2}\right) = -\frac{3}{2}$$

۶. اگر تابع خطی $f(x) = \left(\frac{1-m}{2}\right)x - m + \frac{1}{2}$ به ازای همه مقادیر m از نقطه (a, b) بگذرد، مقدار $\frac{a}{b}$ کدام است؟

(انسانی خارج ۱۴۰۲)



- (۱) $\frac{1}{4}$ (۲) $-\frac{1}{4}$ (۳) ۴ (۴) -۴

پاسخ: گزینه ۳

$$f(x) = \left(\frac{1-m}{2}\right)x - m + \frac{1}{2} \xrightarrow{\text{صدق } (a, b)} b = \left(\frac{1-m}{2}\right)a - m + \frac{1}{2} \Rightarrow b = \frac{1}{2}a - \frac{m}{2}a - m + \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow b = -m\left(\frac{a}{2}+1\right) + \frac{a}{2} + \frac{1}{2}$$

این رابطه در صورتی به ازای همه مقادیر m برقرار است که ضریب آن صفر باشد تا تأثیر m از بین برود:

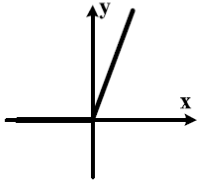
$$\frac{a}{2}+1=0 \Rightarrow \frac{a}{2} = -1 \Rightarrow a = -2$$

$$b = \frac{a}{2} + \frac{1}{2} = -\frac{2}{2} + \frac{1}{2} = -\frac{1}{2}$$

$$\frac{a}{b} = \frac{-2}{-\frac{1}{2}} = 4$$



(انسانی ۹۸)



۷. شکل روبه‌رو، نمودار کدام تابع است؟

$$y = x - |x| \quad (۱)$$

$$y = x + |x| \quad (۲)$$

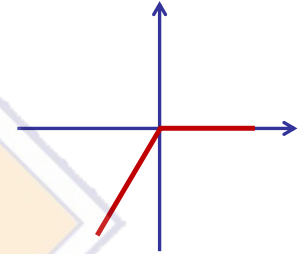
$$y = |x - 1| - 1 \quad (۳)$$

$$y = 1 - |x - 1| \quad (۴)$$

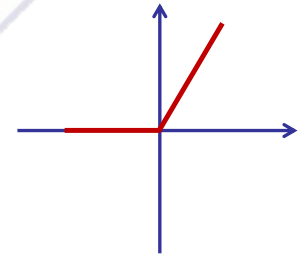
پاسخ: گزینه ۲

نمودار هر گزینه را رسم می‌کنیم. برای رسم گزینه‌های ۱ و ۲، از تعیین علامت عبارت داخل قدرمطلق به کمک ریشه آن استفاده می‌کنیم. برای رسم گزینه‌های ۳ و ۴ نیز از طریق انتقال نمودار تابع $y = |x - 1|$ عمل می‌کنیم:

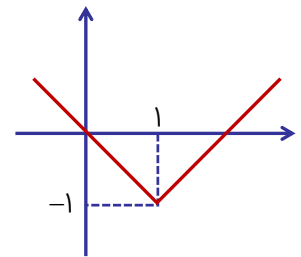
$$\text{گزینه ۱: } y = x - |x| : \begin{cases} x - x = 0 & x \geq 0 \\ x - (-x) = 2x & x < 0 \end{cases}$$



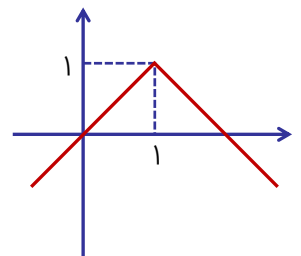
$$\text{گزینه ۲: } y = x + |x| : \begin{cases} x + x = 2x & x \geq 0 \\ x + (-x) = 0 & x < 0 \end{cases}$$



$$\text{گزینه ۳: } y = |x - 1| - 1$$



$$\text{گزینه ۴: } y = 1 - |x - 1|$$



تحصیل باما



۸. تابع $f(x) = |2x - 2|$ و $g(x) = [x]$ با دامنه $-1 \leq x \leq 1$ است. اگر مجموعه A برد تابع $f.g$ باشد، کدام عدد

عضو A است؟

(انسانی ری ۱۴۰۱)

(۴) -۳

(۳) -۲

(۲) ۳

(۱) ۲

پاسخ: گزینه ۴

ریشه داخل قدرمطلق تابع f ، $x = 1$ است و واضح است که در تمام $x < 1$ ، داخل قدرمطلق منفی است و داریم:

$$f(x) = |2x - 2| = -2x + 2$$

برای تعیین تکلیف براکت تابع g ، بازه $-1 \leq x \leq 1$ را به صورت زیر تقسیم‌بندی می‌کنیم تا تکلیف براکت هم مشخص شود:

$$\begin{cases} -1 \leq x < 0 & : g(x) = [x] = -1 \\ 0 \leq x < 1 & : g(x) = [x] = 0 \\ x = 1 & : g(x) = [x] = 1 \end{cases}$$

پس داریم:

$$\begin{cases} -1 \leq x < 0 & : f \times g = (-2x + 2)(-1) = 2x - 2 \xrightarrow[-(*)]{-1 \leq x < 0} -4 \leq y < -2 \\ 0 \leq x < 1 & : f \times g = (-2x + 2)(0) = 0 \longrightarrow y = 0 \\ x = 1 & : f \times g = (0)(1) = 0 \longrightarrow y = 0 \end{cases}$$

پس برد این تابع، بازه $\{0\} \cup [-4, -2]$ است و تنها عدد $y = -3$ از گزینه‌ها، در برد آن قرار دارد.

در مورد (*) دقت کنید که در تابع خطی، با جایگذاری ابتدا و انتهای دامنه، می‌توان ابتدا و انتهای برد را به دست آورد.



استراتژی ۲

(انسانی تیر ۱۴۰۳)

۱. نقاط متمایز $(1, 3a)$ ، $(-1, a)$ و $(a, 3)$ روی یک خط قرار دارند. مقدار a کدام است؟

۳ (۴)

۱ (۳)

-۳ (۲)

-۲ (۱)

یادآوری مفهوم شیب خط

پاسخ: گزینه ۲

$$\text{شیب بین } (1, 3a) \text{ و } (-1, a) = \frac{3a - a}{1 - (-1)} = \frac{2a}{2} = a$$

$$\text{شیب بین } (-1, a) \text{ و } (a, 3) = \frac{a - 3}{-1 - a} = \frac{3 - a}{a + 1}$$

$$\Rightarrow a = \frac{3 - a}{a + 1} \Rightarrow a^2 + a = 3 - a \Rightarrow a^2 + 2a - 3 = 0 \Rightarrow a = \begin{cases} -3 \\ 1 \end{cases}$$

تحصیل باما



(انسانی تیر ۱۴۰۳)

۶. هر دو ریشه معادله $(2a+1)x^2 - 4ax + 2a - 1 = 0$ مثبت هستند. a کدام مقدار زیر می تواند باشد؟

$$\frac{3}{8} \quad (۴)$$

$$-\frac{2}{3} \quad (۳)$$

$$-\frac{3}{10} \quad (۲)$$

$$\frac{1}{4} \quad (۱)$$

یادآوری حاصل ضرب ریشه ها و دو ریشه مختلف علامت

پاسخ: گزینه ۳

$$۱) \Delta > 0 \Rightarrow (-4a)^2 - 4(2a+1)(2a-1) > 0 \Rightarrow 16a^2 - 4(4a^2 - 1) > 0 \Rightarrow 16a^2 - 16a^2 + 4 > 0 \Rightarrow 4 > 0$$

همواره برقرار.

$$۲) S > 0 \Rightarrow \frac{4a}{2a+1} > 0$$

		$-\frac{1}{2}$	0	
$4a$	-	-	0	+
$2a+1$	-	0	+	+
کل	+	0	-	+

$\Rightarrow a < -\frac{1}{2}$ یا $0 < a$

$$۳) P > 0 \Rightarrow \frac{2a-1}{2a+1} > 0$$

		$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	
$2a-1$	-	-	0	+
$2a+1$	-	0	+	+
کل	+	0	-	+

$\Rightarrow a < -\frac{1}{2}$ یا $\frac{1}{2} < a$

از اشتراک بازه های به دست آمده برای a داریم: $\frac{1}{2} < a$ یا $a < -\frac{1}{2}$ و تنها گزینه ای که در این بازه صدق می کند، گزینه ۳ است.