

کنکور ۱۴۰۵

# ریاضی و آمار

## یازدهم انسانی

خسرو محمدزاده

$P \Rightarrow Q \equiv \sim P \vee Q$   
تحصیل یاما  
 $[-2, 5] = -3$

- ✓ آموزش ساده مفاهیم و نکات بر اساس نظام جدید آموزشی
- ✓ پوشش کامل مثال ها، فعالیت ها و تمرینات کتاب درسی
- ✓ تیپ بندی پرسش های چهارگزینه ای بر اساس کتاب های جدید
- ✓ انطباق کامل با سوالات کنکور سال های گذشته

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

جزوه آموزش

ریاضی و آمار (۲)

پایه یازدهم انسانی

تألیف: خسرو محمدزاده

(نوبت سوم: تیر ۱۴۰۳)

۱	فصل اول - درس ۱: گزاره‌ها و ترکیب گزاره‌ها
۲۱	فصل اول - درس ۲: استدلال ریاضی
۳۱	فصل دوم - یادآوری تابع دهم
۳۵	فصل دوم - درس ۱: توابع ثابت، همانی و چندضابطه‌ای
۵۸	فصل دوم - درس ۲: توابع پلکانی و قدرمطلق
۸۱	فصل دوم - درس ۳: اعمال بر روی توابع
۹۶	فصل سوم: درس ۱: شاخص‌های آماری
۱۱۴	فصل سوم: درس ۲: سری‌های زمانی



## آشنایی با منطق و استدلال ریاضی

درس ۱ گزاره‌ها و ترکیب گزاره‌ها  
درس ۲ استدلال ریاضی

### درس ۱: گزاره‌ها و ترکیب گزاره‌ها

#### منطق

منطق در لغت به معنای «آنچه به گفته درآمده» می‌باشد و عموماً آن را به معنای بررسی استدلال‌ها و یا روش درست فکر کردن تعبیر می‌کنند. منطق ریاضی، شاخه‌ای از ریاضیات است و به بیان ریاضی گونه‌ی منطق می‌پردازد. اگر ریاضیات را به عنوان یک زبان برای انتقال مفاهیم و اطلاعات در نظر بگیریم، منطق ریاضی، دستور این زبان است.

#### گزاره

در منطق ریاضی به هر جمله خبری که بتوانیم (در حال حاضر یا در آینده) دقیقاً یکی از دو ارزش درست یا نادرست (راست یا دروغ) را به آن نسبت بدهیم، یک گزاره گفته می‌شود.

پایه برات مثال بزمن بهتر متوجه بشی ☺ «امروز شنبه است» این جمله یا درست یا نادرست، پس گزاره است. وقتی به دوستت می‌گی «من امروز ساعت ۸ صبح سر قرار اومده بودم» یا داری راست می‌گی یا قالی می‌بندی، پس یه گزاره است. وقتی دوستت بهت میگه «فردا باهات تماس می‌گیرم» این یک گزاره است. چون اگر فردا باهات تماس گرفت، ارزش این گزاره درست میشه، اگر تماس نگرفت ارزش گزاره نادرست می‌شه، یعنی پیپونده ☹️ وقت کن جمله‌های غیر خبری مثل «چه هوای فوبی» یا «تو اهل کجایی؟» یا جمله‌های خبری که نمی‌تونیم ارزش اونارو تعیین کنیم مثل «فلسفه از ریاضی آسون‌تره» گزاره نیستند.

**تمرین ۱-** کدام یک از جملات زیر، گزاره است؟ ارزش هر گزاره را تعیین کنید.

- |                                      |                                                               |
|--------------------------------------|---------------------------------------------------------------|
| (الف) شما چند سال دارید؟             | (ب) عدد ۱۹ عددی اول است.                                      |
| (پ) عدد $\sqrt{2}$ عددی گویا است.    | (ت) افلاطون شاگرد ارسطو است.                                  |
| (ث) فارابی، معلم ثانی است.           | (ج) سیب قرمز از سیب زرد خوشمزه‌تر است.                        |
| (چ) $12 - 4 \times 5 \div 2 + 7 = 9$ | (ح) عدد $(-1)^n$ عددی همواره مثبت است. ( $n \in \mathbb{N}$ ) |
| (خ) چه گل زیبایی.                    | (د) هر مربعی مستطیل است.                                      |
| (ذ) $\pi$ عددی گویا است.             | (ر) تمام اعداد اول فرد هستند.                                 |
| (ز) یک بیت شعر بخوان.                | (ژ) مجموع دو عدد صحیح فرد همواره عددی زوج است.                |
| (س) چه کسی بود صدا زد سهراب؟         | (ش) $-3 < -1$                                                 |
| (ص) چه منظره زیبایی.                 | (ض) معلم ریاضی مدرسه ما خوش اخلاق است.                        |
| (ط) لطفاً پرسشنامه را کامل کنید!     | (ظ) $a^n$ عددی مثبت است.                                      |

### جبر گزاره‌ها (مساب گزاره‌ها)

به مجموعه قرارداده‌ها و نماد گذاری‌ها، جهت نمایش و ارزش گذاری گزاره‌ها، جبر گزاره‌ها گفته می‌شود.

P
د
ن

بیا از این به بعد هر گزاره رو با یه حرف انگلیسی مثل  $p$  یا  $q$  یا  $r$  یا ... نمایش بدهیم. ارزش هر گزاره رو هم با حرف فارسی «د» (درست) و «ن» (نادرست) نمایش بدهیم. مثلاً: «من دانش‌آموز رشته انسانی هستم». اگر موافقی این گزاره رو با  $p$  نمایش بدهیم، حالا این  $p$  ممکنه درست «د» یا نادرست باشه «ن»، یعنی دو حالت داره.

تذکر: می‌توانیم در ارزش گذاری گزاره‌ها به جای واژه‌های «درست» و «نادرست» به ترتیب از حروف T (ابتدای کلمه True به معنی راست) و F (ابتدای کلمه False به معنی دروغ) استفاده کنیم.

### نقیض گزاره

نقیض گزاره  $p$  را با نماد  $(\sim p)$  نمایش می‌دهیم و آن را به صورت «نقیض  $p$ » یا «چنین نیست که  $p$ » می‌خوانیم. نقیض یک گزاره را به روش‌های زیر می‌توانیم بیان کنیم.

حالت اول: فعل جمله را نفی کنیم.

حالت دوم: در ابتدای گزاره از عبارت «چنین نیست که» استفاده کنیم.

اگر ارزش گزاره  $p$  درست باشد، ارزش  $(\sim p)$  نادرست و اگر ارزش گزاره  $p$  نادرست باشد، ارزش  $(\sim p)$  درست است.

P	$\sim p$
د	ن
ن	د

گزاره، یه جمله فبریه، پس هتماً فعل داره. هر وقت فواستی نقیض گزاره رو بسازی فقط فعلشو نفی کن، مثلاً:

$p$ : افلاطون شاگرد ارسطو است.  $\sim p$ : افلاطون شاگرد ارسطو نیست.

اگر گزاره درست باشه نقیض گزاره نادرست می‌شه یا اگر اون نادرست باشه این درست می‌شه. 😊

مثال ۱: نقیض هریک از گزاره‌های زیر را بنویسید.

الف) امروز باران می‌بارد. (ب)  $X$  عددی مثبت است.

پاسخ: الف) امروز باران نمی‌بارد. (ب)  $X$  عددی مثبت نیست.

اگر نوشتی « $X$  عددی منفی است» غلطه، چون اینطوری صفر رو در نظر نگرفتی. گفته بودم که فقط فعلش رو نفی کن.

در حالت کلی اگر بخواهیم نقیض یک گزاره را از طریق تغییر در صفت یا ویژگی بیان کنیم، باید به موارد زیر توجه داشته باشیم. اصطلاحات و نمادهای ریاضی در دو ستون مقابل هم، نقیض یکدیگر می‌باشند.

نامساوی $(a \neq b)$	مساوی $(a = b)$
بزرگتر نیست $(a \not> b)$ - کوچکتر یا مساوی $(a \leq b)$	بزرگتر $(a > b)$
کوچکتر نیست $(a \not< b)$ - بزرگتر یا مساوی $(a \geq b)$	کوچکتر $(a < b)$
کمتر $(<)$	حداقل (بیشتر یا مساوی) $(\geq)$
بیشتر $(>)$	حداکثر (کمتر یا مساوی) $(\leq)$
عدم عضویت $(\notin)$	عضویت $(\in)$
زیر مجموعه نیست $(\not\subset)$	زیر مجموعه است $(\subset)$
نامثبت (منفی یا صفر) $(\leq 0)$	مثبت $(> 0)$
نامنفی (مثبت یا صفر) $(\geq 0)$	منفی $(< 0)$
عدد طبیعی فرد $(2k - 1, (k \in \mathbb{N}))$	عدد طبیعی زوج $(2k, (k \in \mathbb{N}))$
عدد صحیح فرد $(2k \pm 1, (k \in \mathbb{Z}))$	عدد صحیح زوج $(2k, (k \in \mathbb{Z}))$
عدد گنگ $(x \notin \mathbb{Q})$ یا $(x \in \mathbb{Q}')$	عدد گویا $(x \in \mathbb{Q})$

مثال ۲: نقیض گزاره‌های زیر را بنویسید.

دیروز شما رو تو کتابخونه دیدم	یادم نمیاد
جزوه ریاضی ازتون گرفتم	شناختم
از دیروز کتاب فلسفه من گم شده	من اشتباهی برداشتم...
فردا میام کتابخونه	منم میام
می بینمت	😊

پاسخ: مردم چه زرنگ شدن! ببین چه بوری ارتباط برقرار می‌کنن (🤔) موافقی هالشونو بگیریم؟ بیا تمام گزاره‌هاشونو نقیض کنیم.

دیروز شما رو تو کتابخونه ندیدم	یادم میاد
جزو ریاضی ازتون نگرفتم	نشناختم
از دیروز کتاب فلسفه من گم نشده	من اشتباهی برداشتم
فردا نمیام کتابخونه	منم نمیام
نمی بینمت	😞

دلچسپ شد، به هوای درس فوندن میرن کتابفونه جزوه رد و بدل می‌کنن. حالا میمونن فونه مثل بچه آدم درس می‌فونن. (🤔)

تمرین ۲- نقیض هر یک از گزاره‌های درست زیر را بنویسید.

الف) ۱ عددی طبیعی است.

ب) ۲ عددی اول است.

پ) ۳ عددی فرد است.

ت) ۴ عددی زوج است.

ث) ۵ عددی صحیح است.

ج)  $\sqrt{6}$  عدی گویا نیست.

چ) ۷ بر صفر بخش پذیر نیست.

ح) ۸ مربع کامل نیست.

خ)  $\sqrt{9}$  گنگ نیست.

تمرین ۳- ارزش هر یک از گزاره‌های زیر را تعیین نموده، سپس نقیض آن را بنویسید.

الف) زمین دور خورشید می‌گردد.

ب) ۵ عددی زوج است.

پ) مجموعه اعداد طبیعی، زیرمجموعه اعداد گویا است.

ت)  $2 + 3 \times 4 = 20$

ث)  $(2 - \sqrt{3}) > 0$

ج) عدد  $3\sqrt{5}$  از عدد ۷ کوچکتر است.

چ)  $\left(\frac{1}{3}\right)^{-1} = -3$

ح)  $\frac{5\sqrt{3} + 8}{2} = 5\sqrt{3} + 4$

تمرین ۴- نقیض هر یک از گزاره‌های زیر را بنویسید.

الف) عدد طبیعی  $k$  زوج است.

ب)  $a$  عددی مثبت است.



تحصیل باما

جدول ارزشی گزاره

می‌توان حالت‌های مختلف وضعیت ارزشی یک یا چند گزاره را در یک جدول نمایش داد.

p
د
ن

p: «معزل پارسال من ۱۹/۵ شد». این جمله که من گفتم به گزاره‌ست.

اگر راست گفتم ارزش این گزاره درست، اگر دروغ گفتم نادرست. این دو حالت رو میشه تو به جدول نمایش داد.

$2 = 2^1 = 2$  = تعداد حالت‌های ارزشی یک گزاره

p	q
د	د
د	ن
ن	د
ن	ن

«معزل پارسال من ۱۹/۵ شد» ریاضی رو هم ۲۰ گرفتم» چه کنیم دیگه؟ ما اینیم

q

p

این گزاره رو از ترکیب دو تا گزاره ساده p و q ساختیم که ارزش هر کدوم می‌تونه درست (د) یا نادرست (ن) باشه. بیا همه حالتها رو تو به جدول نمایش بدیم.

$4 = 2^2 = 4$  = تعداد حالت‌های ارزشی دو گزاره

p	q	r
د	د	د
د	د	ن
د	ن	د
د	ن	ن
ن	د	د
ن	د	ن
ن	ن	د
ن	ن	ن

الا نوبت توئه. لطف کن به گزاره ترکیبی از سه تا گزاره ساده بساز:

«رتبه کنکور من به رقمی شد» ریاضی رو ۱۰۰ زدم» الان دانشجوی حقوق دانشگاه تهران هستم»

r

q

p

(بابا تو از منم پافان تری)

هر کدوم از این گزاره‌ها که تو گفتی می‌تونن درست یا نادرست باشن، بیا جدولش رو من برات بکشم، تو استراحت کن.

$8 = 2^3 = 8$  = تعداد حالت‌های ارزشی سه گزاره

یه چیزی رو دقت کردی؟ تعداد حالت‌های ارزشی هر جدول، به تعداد گزاره‌هاش بستگی داره. اون که یه گزاره‌ای بود، شد  $2^1$ ، دو گزاره‌ای شد  $2^2$ ، سه گزاره‌ای شد  $2^3$ .

**نکته** تعداد حالت‌های ارزشی n گزاره از رابطه  $2^n$  محاسبه می‌شود.

مثال: تعداد حالت‌های ارزشی یک گزاره ترکیبی از ۴ گزاره را محاسبه کنید.

پاسخ: چهار تا گزاره داریم ( $n = 4$ )، تعداد کل حالتها اینطوری حساب میشه:  $2^4 = 2^n = 16$

یعنی جدولش ۱۶ ردیف ارزشی داره، هالشو داری برو رسم کن



تمرین ۵- یک جدول ارزشی دارای ۱۲۸ حالت ارزشی است.

الف) تعداد گزاره‌ها را تعیین کنید.

ب) اگر ۳ گزاره را حذف کنیم، جدول ارزشی گزاره‌های باقیمانده دارای چند سطر می‌باشد؟

تمرین ۶- اگر  $p$ ،  $q$  و  $r$  سه گزاره دلخواه باشند؛

الف) جدول ارزشی آن‌ها را رسم کنید.

ب) جدول دارای چند سطر می‌باشد؟

پ) در جدول در کل چند ارزش (درست یا نادرست) مشاهده می‌شود؟

ت) در جدول، چند ارزش درست و چند ارزش نادرست مشاهده می‌شود؟

تمرین ۷- جای خالی را با واژه مناسب پر کنید.

الف) در منطق ریاضی به هر جمله خبری که بتوانیم دقیقاً یکی از دو ارزش درست یا نادرست را به آن نسبت دهیم، ..... گفته می‌شود.

ب) اگر ارزش گزاره  $p$  درست باشد، ارزش گزاره  $(\sim p)$  ..... است.

پ) اگر ارزش گزاره  $(\sim p)$  درست باشد، ارزش گزاره  $p$  ..... است.

ت) تعداد حالت‌های ارزشی چهار گزاره ..... می‌باشد.

ث) تعداد حالت‌های ارزشی پنج گزاره ..... می‌باشد.

ج) تعداد حالت‌های ارزشی ..... گزاره ۵۱۲ می‌باشد.

چ) در جدول ارزشی ۶ گزاره در کل ..... تا ارزش درست یا نادرست دیده می‌شود.

ح) نقیض گزاره « $a$  عددی اول است» به صورت «.....» بیان می‌شود.

خ) نقیض گزاره «فارابی معلم ثانی است.» دارای ارزش ..... است.

### ترکیب گزاره‌ها

به گزاره‌ای که از ترکیب دو یا چند گزاره ساده تشکیل شده باشد، گزاره ترکیبی گفته می‌شود. ترکیب گزاره‌ها توسط چهار رابط «و»، «یا»، «شرطی»، «دوشرطی» انجام می‌شود. هر گزاره مرکب، خودش یک گزاره است و باید بتوانیم ارزش آن را تعیین کنیم. ارزش گزاره‌های ترکیبی به ارزش (درستی یا نادرستی) گزاره‌های ساده تشکیل دهنده آن‌ها و نوع رابطه به کار رفته بین آن‌ها بستگی دارد.

وقتی بهت می‌گم: «من هر روز شیش ساعت درس می‌فونم و یک ساعت هم ورزش می‌کنم. اگر کلاس زبان نداشته باشم یک ساعت پیانو می‌زنم یا یک ساعت مطالعه می‌کنم»، فکر نکن فالی می‌بندم! در مورد فوادم به سری اطلاعات دادم که از ۵ تا گزاره ساده تشکیل شده، به این می‌گن گزاره مرکب!

«روزی شیش ساعت درس می‌فونم» و «یک ساعت ورزش می‌کنم» اگر «کلاس زبان نداشته باشم» «یک ساعت پیانو می‌زنم» یا «یک ساعت مطالعه می‌کنم».

اگه می‌فوی درست یا غلط اطلاعات ۵ گزاره‌ای من رو تشفیص بری علاوه بر این که باید درست و غلط هر گزاره رو بدونی، باید

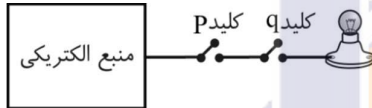
قوانین مربوط به رابط‌های «و»، «یا»، «اگر» رو هم بدونی. بیا بریم بهت یاد بدم ☺

## ترکیب عطفی دو گزاره

p	q	$p \wedge q$
د	د	د
د	ن	ن
ن	د	ن
ن	ن	ن

هرگاه بخواهیم دو گزاره مانند  $p$  و  $q$  را با لفظ «و» ترکیب کنیم، از نماد « $\wedge$ » بین دو گزاره استفاده می‌کنیم و آن را «ترکیب عطفی» دو گزاره نامیده و می‌نویسیم « $p \wedge q$ » و آن را به صورت « $p$  و  $q$ » می‌خوانیم. ارزش ترکیب عطفی دو گزاره با توجه به جدول مقابل تعیین می‌شود:

فرض کنیم یک منبع انرژی الکتریکی، دو کلید  $p$  و  $q$  و یک لامپ مانند شکل زیر مداری را بوجود آورده‌اند. باز بودن کلید به معنی عدم عبور جریان و بسته بودن آن به معنی عبور جریان است. که در این مثال عبور جریان را با حرف "د" و عدم عبور جریان را با حرف "ن" نمایش می‌دهیم. بدیهی است فقط در حالتی که هر دو کلید در وضعیت درست (اتصال) قرار گیرد، لامپ روشن خواهد شد.



**نکته** ترکیب عطفی ( $\wedge$ ) دو گزاره فقط وقتی دارای ارزش درست است که هر دو گزاره ارزش درست داشته باشند.

مثال: «عدد ۴ زوج است و عدد  $\pi$  گنگ است».

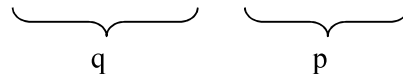


پاسخ: واضحه که ارزش گزاره  $p$  درست، (دیگه در این هر که ریاضی بلدی  $\text{ﷺ}$ ) ولی الان نمی‌تونیم با اطمینان بگیم « $p \wedge q$ » کلاً درست، باید هتماً ارزش  $q$  رو هم بررسی کنیم. به نظرت گزاره  $q$  درست یا غلط؟ واقعاً نمی‌دونی؟! بابا برو یه سر به کتاب دهم بزن. اونجا گفته عدد  $\pi$  گنگه. یعنی  $q$  هم درست. حالا که می‌دونیم  $p$  و  $q$  هر دو تاشو درستن با اطمینان می‌تونیم بگیم، ارزش « $p \wedge q$ » هم درست.

**نکته** اگر حداقل یکی از دو گزاره نادرست باشند، ارزش ترکیب عطفی « $p \wedge q$ » نادرست است.

یعنی تو یه ترکیب عطفی به ممض این که متوجه شدی یکی از گزاره‌ها نادرست است ارزش کل ترکیب نادرست می‌شه.

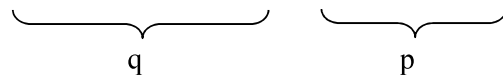
مثال ۱: «۶ عددی فرد است و ۳۷ عددی اول است».



پاسخ: بی‌تردید  $p$  غلطه (می‌دونی که ۶ عدد زوجیه)، دیگه لازم نیست ارزش گزاره بعری رو بررسی کنی. چون اگه حتی یه گزاره هم نادرست باشه ارزش کل گزاره عطفی نادرست می‌شه. پس ارزش « $p \wedge q$ » نادرست.

فقط جهت اطلاعات میگم ۳۷ عدد اوله، یعنی ارزش  $q$  درست بود ولی تأثیری در نادرستی « $p \wedge q$ » نداشت.

مثال ۲: «کپنهاگ پایتخت نروژ و بغداد پایتخت پاکستان است».



پاسخ: دوکلاس سواد داشته باشی می‌دونی بغداد پایتخت عراقه نه پاکستان  $\text{ﷺ}$  پس  $q$  نادرست، بنابراین بدون توجه به ارزش  $p$  می‌تونیم با اطمینان بگیم ارزش « $p \wedge q$ » نادرست.

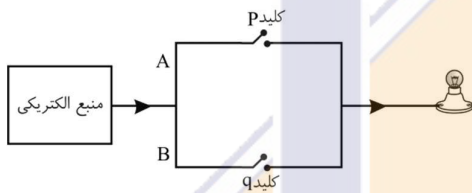
اطلاعات عمومی: کپنهاگ پایتخت دانمارک، اسلو هم پایتخت نروژه.

ترکیب فصلی دو گزاره

p	q	$p \vee q$
د	د	د
د	ن	د
ن	د	د
ن	ن	ن

هرگاه بخواهیم دو گزاره مانند p و q را با لفظ «یا» ترکیب کنیم، از نماد « $\vee$ » بین دو گزاره استفاده می‌کنیم و آن را «ترکیب فصلی» دو گزاره نامیده و می‌نویسیم « $p \vee q$ » و آن را به صورت «p یا q» می‌خوانیم. ارزش ترکیب فصلی دو گزاره با توجه به جدول مقابل تعیین می‌شود:

فرض کنیم یک منبع انرژی الکتریکی، دو کلید p و q و یک لامپ مانند شکل زیر مداری را بوجود آورده‌اند. باز بودن کلید به معنی عدم عبور جریان و بسته بودن آن به معنی عبور جریان است. که در این مثال عبور جریان را با حرف "د" و عدم عبور جریان را با حرف "ن" نمایش می‌دهیم. بدیهی است که اگر هر دو کلید یا فقط یکی از کلیدها در وضعیت درست (اتصال) قرار گیرد، لامپ روشن خواهد شد.



**نکته** اگر حداقل یکی از دو گزاره، ارزش درست داشته باشد، در این صورت ارزش ترکیب فصلی ( $\vee$ ) آن‌ها درست است. به جدول نگاه کن، آنگاه به گزاره هم درست باشد، ارزش « $p \vee q$ » درست یعنی به معنی اینکه مطمئن شوی یکی از گزاره‌ها درسته بدون توجه به ارزش اون یکی، میتونی بگی ارزش  $p \vee q$  درسته.

مثال ۱:  $\sqrt{196}$  عددی گویا می‌باشد یا ۳ عددی طبیعی است.  
 $\underbrace{\hspace{10em}}_p$        $\underbrace{\hspace{10em}}_q$

پاسخ: معلومه که ۳ عدد طبیعی، پس q درست. حالا بدون توجه به ارزش p، با خیال راحت می‌تونیم بگیم ارزش « $p \vee q$ » درست. در ضمن اینو بدون چون ۱۹۶ پزر کامل داره،  $\sqrt{196}$  عدد گویاست، یعنی ارزش p هم درست. ( $\sqrt{196} = 14$ )

مثال ۲: حضرت مهدی (عج) امام دوازدهم شیعیان است یا افلاطون نویسنده کتاب ارغنون است.  
 $\underbrace{\hspace{10em}}_p$        $\underbrace{\hspace{10em}}_q$

پاسخ: گزاره p قطعاً درست پس دیگه کاری به ارزش q نداریم. می‌تونیم با اطمینان بگیم « $p \vee q$ » درست. برو تحقیق کن ببین نویسنده ارغنون کیه، اینجا بنویس: .....

**نکته** ترکیب فصلی ( $\vee$ ) دو گزاره تنها وقتی نادرست است که ارزش هر دو گزاره نادرست باشد.

قبلاً بهت گفته بودم تا دیری یکی از گزاره‌ها درست با اطمینان میتونی بگی ترکیب فصلی « $p \vee q$ » درست. اما آنگاه دیری یکی از گزاره‌ها نادرسته هتماً باید بری ارزش اون یکی رو هم بررسی کنی، آنگاه هر دو تاشون نادرست بودن اونوقت ارزش « $p \vee q$ » نادرست می‌شه.

مثال: ۱۱ عددی زوج است یا ۳۹ عددی اول است.  
 $\underbrace{\hspace{10em}}_p$        $\underbrace{\hspace{10em}}_q$

پاسخ: معلومه که ۱۱ زوج نیست پس p نادرسته. ولی تا ارزش q مشخص نشه نمی‌تونیم ارزش گزاره مرکب رو مشخص کنیم. حالا به نظرت ۳۹ اول هست یا نیست؟ پرا هنگ کردی؟! (🤔) هزار فودم بگم.

۳۹ به ۳ بخش‌پذیره، پس ۳۹ عدد اول نیست یعنی q هم نادرسته. حالا که p و q هر دو تاشون نادرستن می‌تونیم بگیم  $p \vee q$  نادرسته.

تمرین ۸- جای خالی را با واژه مناسب پر کنید.

- الف) هرگاه بخواهیم دو گزاره را با لفظ «.....» ترکیب کنیم از نماد « $\wedge$ » استفاده می‌کنیم و آن را ترکیب ..... می‌نامیم.
- ب) هرگاه بخواهیم دو گزاره را با لفظ «.....» ترکیب کنیم، از نماد « $\vee$ » استفاده می‌کنیم و آن را ترکیب ..... می‌نامیم.
- پ) در ترکیب  $p \wedge q$  اگر  $p$  درست و  $q$  نادرست باشد ارزش  $p \wedge q$  ..... است.
- ت) اگر یک گزاره درست و دیگری نادرست باشد ارزش ترکیب عطفی دو گزاره ..... است.
- ث) اگر هر دو گزاره نادرست باشند، ارزش ترکیب عطفی آن‌ها ..... است.
- ج) ترکیب عطفی دو گزاره فقط وقتی دارای ارزش ..... است که هر دو گزاره ..... باشند.
- چ) در ترکیب  $p \vee q$  اگر  $p$  درست و  $q$  نادرست باشد، ارزش  $p \vee q$  ..... است.
- ح) اگر یک گزاره درست و دیگری نادرست باشد ارزش ترکیب فصلی دو گزاره ..... است.
- خ) اگر هر دو گزاره ..... باشند ارزش ترکیب  $p \vee q$  درست است.
- د) ترکیب فصلی دو گزاره فقط وقتی دارای ارزش ..... است که هر دو گزاره ..... باشند.

تمرین ۹- ارزش گزاره‌های زیر را تعیین کنید.

الف) مسکو پایتخت روسیه و تهران پایتخت ایران است.

ب)  $3 - x = x - 3$  و  $2^4 = 4^2$

پ)  $1 < 4$  یا  $2 > 1$

ت) ۲۱ عددی اول یا فرد است.

ث)  $2^2 + 2^3 = 2^5$  یا  $\frac{0}{6} \neq 0$

تمرین ۱۰- اگر  $p$  گزاره‌ای درست،  $q$  گزاره‌ای نادرست و  $r$  گزاره‌ای دلخواه باشند، ارزش هر یک از گزاره‌های مرکب زیر را مشخص کنید.

$p \wedge q$	$p \wedge \sim q$	$\sim p \wedge q$
$p \wedge r$	$\sim p \wedge r$	$\sim (p \wedge r)$
$p \vee q$	$p \vee \sim q$	$\sim p \vee q$
$p \vee r$	$\sim p \vee r$	$\sim (p \vee r)$
$(q \wedge r) \vee p$		

$(p \wedge r) \vee q$

$\sim q \wedge (r \vee p)$

$(p \wedge r) \vee \sim r$

$\sim (q \vee r) \wedge r$

$(q \vee \sim r) \wedge (\sim p \vee r)$

تحصیل باما

### ترکیب شرطی دو گزاره

هرگاه بخواهیم از گزاره  $p$  گزاره  $q$  را نتیجه بگیریم، از نماد « $\Rightarrow$ » استفاده می‌کنیم و می‌نویسیم « $p \Rightarrow q$ » و آن را به صورت های (اگر  $p$  آنگاه  $q$ ) یا ( $p$  نتیجه می‌دهد  $q$  را) یا ( $q$  از  $p$  نتیجه می‌شود) می‌خوانیم.

$p$	$q$	$p \Rightarrow q$
د	د	د
د	ن	ن
ن	د	د
ن	ن	د

در گزاره مرکب « $p \Rightarrow q$ »،  $p$  را «مقدم» و  $q$  را «تالی» می‌نامند.  
ارزش گزاره شرطی « $p \Rightarrow q$ » با توجه به جدول مقابل تعیین می‌شود:

«اگر درس بفونی، دانشگاه قبول می‌شی»

قلمی نکلن بابا (۳۰) نمی‌خوام نصیحتت کنم. برات یه ترکیب شرطی از دو تا گزاره ساختیم.

$p$  (مقدم): اگر درس بفونی،  $q$  (تالی): دانشگاه قبول می‌شی.

**نکته** گزاره شرطی  $p \Rightarrow q$  فقط زمانی دارای ارزش نادرست است که مقدم، (یعنی  $p$ ) درست بوده ولی تالی (یعنی  $q$ ) نادرست باشد.

مثال: اگر ۲ عدد مثبت باشد، آن‌گاه ۳ عددی زوج است.  
 $p$   $q$

پاسخ: گزاره  $p$  درست اما گزاره  $q$  نادرست، پس ارزش (یعنی  $p \Rightarrow q$ ) نادرست می‌شود.

**نکته** اگر در یک گزاره شرطی ارزش مقدم یعنی  $p$  نادرست باشد، ترکیب شرطی « $p \Rightarrow q$ » به «انتفای مقدم»، همواره دارای ارزش درست است.

فیلی بابله، بزار برات توضیح بدم. تو گزاره شرطی  $p \Rightarrow q$  اگر  $p$  (یعنی مقدم) غلط باشه ارزش  $p \Rightarrow q$  درست می‌شه، یعنی دیگه هیچ ربطی به ارزش  $q$  (یعنی تالی) نداره. برای همین به این اصل میگن «انتفای مقدم»

مثال ۱: اگر ۵ کوچک‌تر از ۳ باشد، آن‌گاه  $(\sqrt{2}-1) > 0$ .  
 $p$   $q$

پاسخ: تابلونه که  $p$  نادرست پس به انتفای مقدم ارزش « $p \Rightarrow q$ » درست می‌دهد.

جهت اطلاع: ارزش گزاره  $q$  درست، بیا برات اثبات کنم:  
 $(\sqrt{2}-1) \approx (1/4-1) = 0/4 > 0$

مثال ۲: اگر کشور ایران در قاره اروپا باشد، در نتیجه پاکستان در آفریقا قرار دارد.  
 $p$   $q$

پاسخ: کاری به فوب و بدش ندارم، به هر حال ایران توی اروپا نیست، پس  $p$  نادرست. بنابراین ارزش  $q$  دیگه مهم نیست و « $p \Rightarrow q$ » به انتفای مقدم درست می‌شود. در ضمن می‌دونی که پاکستان تو قاره آفریقا نیست یعنی  $q$  هم نادرست.

مثال ۳: اگر فروردین ۳۲ روز باشد، فردا باران می‌بارد.  
 $p$   $q$

فروردین که ۳۲ روزه نیست (۳۱ روز داره) پس  $p$  نادرست بنابراین « $p \Rightarrow q$ » به انتفای مقدم درست می‌شود، چه فردا بارون بیاد چه نیاد تاثیری تو ارزش « $p \Rightarrow q$ » نداره.

**نکته** اگر در یک گزاره شرطی ارزش تالی یعنی  $q$  درست باشد، ترکیب شرطی « $p \Rightarrow q$ » همواره دارای ارزش درست است. (صحت تالی)

گرفتی پی شد؟ توی « $p \Rightarrow q$ » اگر  $q$  درست باشه، دیگه ارزش  $p$  اهمیتی نداره و ارزش « $p \Rightarrow q$ » قطعاً درسته.  
مثال: اگر پنجشنبه این هفته باران بیارد آن گاه روز بعد از پنجشنبه جمعه است.

q

p

پاسخ: صیغ بودن تالی ( $q$ ) قطعیه، معلومه که فردای پنجشنبه، جمعه‌س. بنابراین بدون توجه به ارزش  $p$  می‌تونیم بگیم « $p \Rightarrow q$ » درسته.

### ترکیب دوشروطی:

هرگاه بخواهیم از گزاره  $p$  گزاره  $q$  را نتیجه بگیریم و نیز از گزاره  $q$  گزاره  $p$  را نتیجه بگیریم، از نماد « $\Leftrightarrow$ » استفاده کرده و می‌نویسیم. « $p \Leftrightarrow q$ » و آن را به صورت‌های «اگر  $p$  آن گاه  $q$  و اگر  $q$  آن گاه  $p$ »، «اگر  $p$  آن گاه  $q$  و برعکس»، « $p$  نتیجه می‌دهد  $q$  را و  $q$  نتیجه می‌دهد  $p$  را»، « $p$  شرط لازم و کافی است برای  $q$ » و « $p$  اگر و تنها اگر  $q$ » می‌خوانیم.

**تذکر:** هم‌ارزش بودن دو گزاره را با نماد  $\equiv$  نشان می‌دهیم، در این صورت:  $(p \Leftrightarrow q) \equiv ((p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow p))$   
ارزش ترکیب دوشروطی « $p \Leftrightarrow q$ » با توجه به جدول زیر تعیین می‌گردد:

p	q	$p \Rightarrow q$	$q \Rightarrow p$	$(p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow p)$	$p \Leftrightarrow q$
د	د	د	د	د	د
د	ن	ن	د	ن	ن
ن	د	د	ن	ن	ن
ن	ن	د	د	د	د

«آگه هوا بارونیه، زیر بارون قدم می‌زنیم و آگه زیر بارون قدم می‌زنیم پس هوا بارونیه»



مقرر، رومانیتیک، فیلی حال میره تو پرا قیافهات اینطوری شد؟  
نکنه از اونایی که از قدم زدن زیر بارون پرشون میار؟

حالا بارونو ولش کن، من میفواستم یه ترکیب دو شرطی بسازم که اینطوری رومانیتیک شد، دوباره جمله رو بفون متوجه منظورم می‌شی.

آگه هوا بارونیه، زیر بارون قدم می‌زنیم و آگه زیر بارون قدم می‌زنیم، هوا بارونیه.  
 $(p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow p)$

متوجه شدی پی شد؟ توی ترکیب دوشروطی از  $p$ ،  $q$  رو نتیجه می‌گیریم و از  $q$ ،  $p$  رو نتیجه می‌گیریم. در واقع گزاره دوشروطی  $p \Leftrightarrow q$  همون گزاره  $(p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow p)$  هست.

**نکته** اگر دو گزاره  $p$  و  $q$  هم‌ارزش باشند، یعنی  $p \equiv q$  (هر دو درست یا هر دو نادرست) در این صورت ارزش گزاره دوشروطی  $p \Leftrightarrow q$  درست است.

مقرر، جالب شد! وقتی دو تا ستون اول رو با ستون آخر مقایسه می‌کنی پی متوجه میشی؟ وقتی  $p$  و  $q$  هر دو تاشون درست یا هر دو تاشون نادرست باشن ارزش  $(p \Leftrightarrow q)$  درست میشه. بریم یه قدم زیر بارون بنزنیم! 😊

تمرین ۱۱- جای خالی را با واژه مناسب پر کنید.

- الف) ترکیب شرطی  $p \Rightarrow q$  را به صورت اگر ..... آن گاه ..... می خوانیم.
- ب) ترکیب شرطی  $p \Rightarrow q$  را به صورت ..... از ..... نتیجه می شود، می خوانیم.
- پ) در گزاره شرطی « $p \Rightarrow q$ »،  $p$  را ..... و  $q$  را ..... می نامیم.
- ت) ترکیب دوشروطی  $p \Leftrightarrow q$  را به صورت « $p$  شرط ..... و ..... است برای  $q$ » می خوانیم.
- ث) ارزش ترکیب شرطی  $p \Rightarrow q$  فقط وقتی نادرست است که  $p$  ..... و  $q$  ..... باشد.
- ج) در ترکیب شرطی اگر مقدم درست و تالی نادرست باشد، ارزش ترکیب شرطی ..... است.
- چ) اگر  $p$  نادرست باشد ارزش گزاره شرطی  $p \Rightarrow q$  به انتفای مقدم همواره ..... است.
- ح) در ترکیب شرطی، اگر ..... درست باشد، ارزش ترکیب شرطی همواره درست است.
- خ) در ترکیب دوشروطی گزاره ها اگر  $p$  نادرست و  $q$  ..... باشد، ارزش  $p \Leftrightarrow q$  درست است.
- د) اگر دو گزاره هم ارزش باشند، ترکیب دوشروطی آن ها دارای ارزش ..... می باشد.

تمرین ۱۲- ارزش گزاره های زیر را تعیین کنید.

- الف) اگر ارسطو شاگرد افلاطون باشد آن گاه ارسطو نویسنده کتاب ارغنون است.
- ب) اگر افلاطون معلم اول است آن گاه فارابی معلم ثانی است.
- پ) اگر  $37$  عددی اول است، آن گاه  $9 = 3^2$ .
- ت) اگر اسلام آخرین دین الهی است آن گاه کتاب قرآن بزرگترین معجزه پیامبر اسلام است و برعکس.
- ث) اگر مجموع ارقام عدد  $4809$  بر  $3$  بخش پذیر است، آن گاه عدد  $4809$  مضرب  $3$  است و برعکس.
- ج)  $3 < 2$  اگر و تنها اگر  $-3 < -2$ .
- چ) این که هر ماه  $30$  روز است شرط لازم و کافی است که ماه دور زمین می گردد.

تمرین ۱۳- اگر  $p$  گزاره ای درست،  $q$  گزاره ای نادرست و  $r$  گزاره ای دلخواه باشند، ارزش هر یک از گزاره های مرکب زیر را مشخص کنید.

$$(p \Rightarrow q) \wedge r$$

$$(p \wedge q) \Rightarrow r$$

$$p \Rightarrow (q \wedge r)$$

$$\sim (p \vee r) \Rightarrow (\sim q \wedge r)$$

$$(p \vee q) \Rightarrow r$$

تحصیل باما

تمرین ۱۴- اگر  $p \vee q$  نادرست و  $r$  گزاره‌ای دلخواه باشد ارزش گزاره  $r \Rightarrow p \sim$  را تعیین کنید.

تمرین ۱۵- اگر  $p \wedge \sim q$  گزاره‌ای درست و  $r$  گزاره‌ای دلخواه باشد، ارزش هر یک از گزاره‌های مرکب زیر را مشخص کنید.

$$r \Rightarrow (p \wedge q)$$

$$(p \Leftrightarrow q) \wedge r$$

$$r \vee (\sim p \Leftrightarrow q)$$

$$(\sim p \Rightarrow r) \Leftrightarrow (q \wedge \sim r)$$

$$(p \Rightarrow r) \vee (r \Leftrightarrow q)$$

تمرین ۱۶- جدول ارزشی گزاره مرکب  $(p \vee \sim q) \Rightarrow (p \wedge q)$  را رسم کنید.

تمرین ۱۷- جدول ارزشی گزاره مرکب  $(p \vee \sim q) \Leftrightarrow (p \Rightarrow q) \sim$  را رسم کنید.

# تحصیل باما

تمرین ۱۸- با رسم جدول ارزشی، هم‌ارزی  $(p \Rightarrow q) \equiv (\sim p \vee q)$  را ثابت کنید.



تمرین ۱۹- اگر  $p$  هم‌ارزش با گزاره «او دانشجو است یا دانشجو نیست» و  $q$  هم‌ارزش با گزاره «نه این که تهران پایتخت ایران نیست» و  $r$  گزاره « $x$  عددی مثبت است» باشند، ارزش هر یک از گزاره‌های ترکیبی زیر را تعیین کنید.

$$(\sim p \wedge q) \Rightarrow \sim r$$

$$\sim (r \Rightarrow p) \vee (p \wedge \sim q)$$

$$(p \vee \sim q) \Leftrightarrow (r \wedge \sim p)$$

$$\sim (p \vee \sim r) \Leftrightarrow (\sim p \wedge r)$$

تمرین ۲۰- اگر  $p$  گزاره «امروز جمعه است» و  $q$  گزاره «باران می‌بارد» باشد، برای هر یک از موارد زیر یک گزاره توصیفی بنویسید.

الف)  $\sim(\sim p)$

ب)  $\sim q \Leftrightarrow p$

پ)  $(\sim p \wedge q) \Rightarrow p$

ت)  $(p \Rightarrow \sim q) \vee \sim p$

تمرین ۲۱- فرض کنیم  $p$  گزاره «معلم ما مرد است» و  $q$  گزاره «معلم ما لیسانس دارد» باشد، هر یک از گزاره‌های ترکیبی زیر را به صورت منطقی بنویسید.

الف) معلم ما مرد است و لیسانس دارد.

ب) معلم مرد ما نیست ولی لیسانس دارد.

پ) معلم ما یا مرد است یا لیسانس ندارد.

ت) این‌طور نیست که معلم ما مرد است و لیسانس دارد.

ث) اگر معلم ما لیسانس ندارد نتیجه می‌گیریم معلم ما زن است.

ج) معلم ما مرد است اگر و فقط اگر او لیسانس ندارد.

تمرین ۲۲- اگر گزاره مرکب  $S$  متشکل از گزاره‌های ساده  $p$  و  $q$ ، جدول ارزش زیر را داشته باشند، گزاره مرکب  $S$  را در هر حالت بیابید.

p	q	S
د	د	د
د	ن	د
ن	د	د
ن	ن	ن

(الف)

p	q	S
د	د	ن
د	ن	ن
ن	د	د
ن	ن	ن

(ب)

## گزاره‌های مرکب همیشه درست و همیشه نادرست

هر گزاره ترکیبی که ارزش آن بدون در نظر گرفتن ارزش گزاره‌های تشکیل دهنده آن، درست باشد گزاره همیشه درست نامیده می‌شود.

هر گزاره ترکیبی که ارزش آن بدون در نظر گرفتن ارزش گزاره‌های تشکیل دهنده آن، نادرست باشد گزاره همیشه نادرست نامیده می‌شود.

مثال ۱: امروز باران می‌بارد یا باران نمی‌بارد.

پاسخ: چه مسفره! فوب معلومه که یا بارون میار یا نمیار، پس ارزش این گزاره مرکب همیشه درست، چون قطعاً یکی از دو حالت اتفاق می‌افته.

مثال ۲:  $a$  عددی مثبت است و  $a$  عددی مثبت نیست.

پاسخ: این مثلاً رو از کجا میاری؟ معلومه ارزش این گزاره مرکب همواره نادرسته، آفه عدد  $a$  که نمی‌تونه در عین حال هم مثبت باشه و هم مثبت نباشه. (۳)

تذکر: می‌توانیم در ارزش‌گذاری گزاره‌ها به جای واژه‌های «درست» و «نادرست» به ترتیب از حروف T (ابتدای کلمه True به معنی راست) و F (ابتدای کلمه False به معنی دروغ) استفاده کنیم.

تعدادی از گزاره‌های همیشه درست عبارتند از:  $(p \leftrightarrow p) \equiv T$      $(p \Rightarrow p) \equiv T$      $(p \vee \sim p) \equiv T$

تعدادی از گزاره‌های همیشه نادرست عبارتند از:  $(p \Leftrightarrow \sim p) \equiv F$      $(p \wedge \sim p) \equiv F$

تمرین ۲۳- به کمک جدول ارزشی ثابت کنید گزاره  $((p \wedge q) \Rightarrow p)$  همواره درست است.

تمرین ۲۴- به کمک جدول ارزشی ثابت کنید گزاره  $((p \Rightarrow q) \Leftrightarrow (p \wedge \sim q))$  همواره نادرست است.

## خاصیت‌های ترکیب گزاره‌ها

ترکیب عطفی:

$$p \wedge q \equiv q \wedge p \quad (\text{خاصیت جابه‌جایی})$$

$$(p \wedge q) \wedge r \equiv p \wedge (q \wedge r) \quad (\text{خاصیت شرکت پذیری})$$

ترکیب فصلی:

$$p \vee q \equiv q \vee p \quad (\text{خاصیت جابه‌جایی})$$

$$(p \vee q) \vee r \equiv p \vee (q \vee r) \quad (\text{خاصیت شرکت پذیری})$$

ترکیب شرطی:

$$p \Rightarrow q \equiv \sim p \vee q \quad (\text{تبدیل شرطی به فصلی})$$

$$(p \Rightarrow q) \equiv (\sim q \Rightarrow \sim p) \quad (\text{عکس نقیض گزاره شرطی})$$

$$(p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow r) \equiv (p \Rightarrow r)$$

ترکیب دوشروطی:

$$(p \Leftrightarrow q) \equiv ((p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow p))$$

## قوانین ترکیب گزاره‌ها

توزیع پذیری:

$$p \wedge (q \vee r) \equiv (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$$

$$p \vee (q \wedge r) \equiv (p \vee q) \wedge (p \vee r)$$

جذب:

$$p \wedge (p \vee q) \equiv p$$

$$p \vee (p \wedge q) \equiv p$$

شبه جذب:

$$p \wedge (\sim p \vee q) \equiv p \wedge q$$

$$p \vee (\sim p \wedge q) \equiv p \vee q$$

قوانین نقیض:

$$\sim(\sim p) \equiv p$$

$$\sim(p \wedge q) \equiv \sim p \vee \sim q \quad (\text{خاصیت دمورگان})$$

$$\sim(p \vee q) \equiv \sim p \wedge \sim q \quad (\text{خاصیت دمورگان})$$

$$\sim(p \Rightarrow q) \equiv p \wedge \sim q$$

$$\sim(p \Leftrightarrow q) \equiv (\sim p \Leftrightarrow q) \equiv (p \Leftrightarrow \sim q)$$

تحصیل باما

تمرین ۲۵- نقیض هر یک از گزاره‌های زیر را بنویسید  
الف)  $37$  عددی اول است یا  $1000$  مربع کامل نیست.

ب) عدد  $15$  فرد و بر  $3$  بخش پذیر است.

پ) اگر ماه دور زمین می‌گردد آن‌گاه زمین دور خورشید می‌گردد.

تمرین ۲۶- عکس، نقیض و عکس نقیض گزاره‌های شرطی زیر را بنویسید.

الف) اگر دو عدد حقیقی با هم برابر باشند، آن‌گاه مجذور آن دو عدد مساوی هستند.

ب) اگر چهارضلعی  $ABCD$  لوزی باشد آن‌گاه دو قطر آن بر هم عمودند.

۱- کدام مورد در خصوص ارزش گزاره:  $(p \wedge \sim q) \Rightarrow q$ ، درست است؟  
(دی ۱۴۰۱) (۴) هم‌ارز  $p \Rightarrow \sim q$  است. (۳) همواره درست است. (۲) همواره نادرست است. (۱) هم‌ارز  $p \Rightarrow q$  است.

## تحصیل باما

۲- اگر  $p$  و  $\sim q$  گزاره‌های درست و  $r$  گزاره دلخواه باشد، ارزش کدام گزاره به  $r$  بستگی دارد؟  
(تیر ۱۴۰۳) (۱)  $(q \Rightarrow r) \Rightarrow p$  (۲)  $(p \Rightarrow r) \Rightarrow q$  (۳)  $(r \Rightarrow p) \Rightarrow q$  (۴)  $(r \Rightarrow \sim q) \Rightarrow \sim p$

## تمرینات کتاب درسی

## پاسخ تشریحی تمرینات صفحه ۱۱ کتاب ریاضی و آمار (۲)

تمرین ۲: اگر  $p$  گزاره‌ای درست و  $q$  گزاره‌ای نادرست و  $r$  دلخواه باشد، ارزش هر یک از گزاره‌های مرکب زیر را در صورت امکان مشخص کنید:

الف)  $(p \vee r) \Rightarrow p$

ج)  $(q \vee r) \Rightarrow (r \Rightarrow p)$

ب)  $(q \wedge r) \Rightarrow r$

چ)  $(\sim p \Rightarrow r) \Rightarrow \sim q$

پ)  $(p \wedge q) \Leftrightarrow (\sim p \wedge r)$

ح)  $(\sim q \Rightarrow \sim p) \wedge r$

ت)  $(\sim q \Rightarrow p) \Leftrightarrow (p \Leftrightarrow q)$

خ)  $(r \Rightarrow p) \wedge p$

ث)  $(p \Rightarrow q) \Leftrightarrow (\sim q \Rightarrow \sim p)$

## حل

الف) گام اول:  $p$  گزاره‌ای درست است، بنابراین ترکیب  $(p \vee r)$  درست است.

گام دوم: مقدم (یعنی  $p \vee r$ ) و تالی (یعنی  $p$ ) هر دو درست هستند. بنابراین ارزش ترکیب  $(p \vee r) \Rightarrow p$  درست است.

$p$	$r$	$p \vee r$	$p$	$(p \vee r) \Rightarrow p$
د	*	د	د	د

پاسخ سریع: چون تالی (یعنی  $p$ ) درست است در نتیجه ارزش کل ترکیب شرطی  $(p \vee r) \Rightarrow p$  نیز درست است.

ب) گام اول:  $q$  گزاره‌ای نادرست است، بنابراین ترکیب  $(q \wedge r)$  نادرست است.

گام دوم: ترکیب  $(q \wedge r)$  نادرست است، بنابراین ترکیب شرطی  $(q \wedge r) \Rightarrow r$  به انتقای مقدم درست است.

$q$	$r$	$q \wedge r$	$(q \wedge r) \Rightarrow r$
ن	*	ن	د

پ) گام اول:  $q$  گزاره‌ای نادرست است، بنابراین ترکیب  $(p \wedge q)$  نادرست است.

گام دوم:  $p$  گزاره‌ای درست است در نتیجه  $\sim p$  نادرست است، بنابراین ترکیب  $(\sim p \wedge r)$  نادرست است.

گام سوم: ترکیب‌های  $(p \wedge q)$  و  $(\sim p \wedge r)$  هر دو نادرست هستند، بنابراین ترکیب دوشروطی  $(p \wedge q) \Leftrightarrow (\sim p \wedge r)$  دارای ارزش درست می‌باشد.

$p$	$q$	$r$	$\sim p$	$p \wedge q$	$\sim p \wedge r$	$(p \wedge q) \Leftrightarrow (\sim p \wedge r)$
د	ن	*	ن	ن	ن	د

ت) گام اول: در ترکیب شرطی  $(\sim q \Rightarrow p)$  تالی (یعنی  $p$ ) درست است؛ بنابراین ارزش ترکیب نیز درست است.

گام دوم:  $p$  درست و  $q$  نادرست است؛ بنابراین ترکیب دوشروطی آن‌ها  $p \Leftrightarrow q$  نادرست است.

گام سوم: ترکیب دوشروطی  $(\sim q \Rightarrow p) \Leftrightarrow (p \Leftrightarrow q)$  دارای ارزش نادرست است.

$p$	$q$	$\sim q$	$\sim q \Rightarrow p$	$p \Leftrightarrow q$	$(\sim q \Rightarrow p) \Leftrightarrow (p \Leftrightarrow q)$
د	ن	د	د	ن	ن

ث) گام اول:  $p$  درست و  $q$  نادرست است بنابراین ارزش ترکیب شرطی  $(p \Rightarrow q)$  نادرست است.

گام دوم:  $\sim q$  درست و  $\sim p$  نادرست است، بنابراین ارزش ترکیب شرطی  $(\sim q \Rightarrow \sim p)$  نادرست است.

گام سوم: ارزش ترکیب دو شرطی  $(p \Rightarrow q) \Leftrightarrow (\sim q \Rightarrow \sim p)$  درست است.

p	q	$p \Rightarrow q$	$\sim q$	$\sim p$	$\sim q \Rightarrow \sim p$	$(p \Rightarrow q) \Leftrightarrow (\sim q \Rightarrow \sim p)$
د	د	د	د	د	د	د
د	ن	ن	د	ن	ن	د
ن	د	د	ن	د	د	د
ن	ن	د	د	ن	د	د

پاسخ سریع:  $(p \Rightarrow q) \equiv (\sim q \Rightarrow \sim p)$  و ارزش ترکیب دوشروطی دو گزاره هم‌ارزش، همواره درست است.

ج) فرض اول: p درست و q نادرست و r گزاره‌ای درست باشد.

p	q	r	$q \vee r$	$r \Rightarrow p$	$(q \vee r) \Rightarrow (r \Rightarrow p)$
د	د	د	د	د	د
د	ن	د	د	د	د
ن	د	د	د	د	د
ن	ن	د	د	د	د

فرض دوم: p درست و q نادرست و r گزاره‌ای نادرست باشد.

p	q	r	$q \vee r$	$r \Rightarrow p$	$(q \vee r) \Rightarrow (r \Rightarrow p)$
د	د	د	د	د	د
د	ن	د	د	د	د
ن	د	د	د	د	د
ن	ن	د	د	د	د

پاسخ سریع: در ترکیب شرطی  $(r \Rightarrow p)$  تالی (یعنی p) درست است بنابراین  $(r \Rightarrow p)$  دارای ارزش درست است. در ترکیب  $(q \vee r) \Rightarrow (r \Rightarrow p)$  تالی (یعنی  $r \Rightarrow p$ ) درست است بنابراین ارزش کل گزاره درست است.

ج) گام اول:  $\sim p$  نادرست است بنابراین ترکیب  $(\sim p \Rightarrow r)$  به انتفای مقدم درست است.

گام دوم:  $\sim q$  درست است بنابراین ترکیب  $(\sim p \Rightarrow r) \Rightarrow \sim q$  دارای ارزش درست است.

p	q	$\sim p$	r	$\sim p \Rightarrow r$	$\sim q$	$(\sim p \Rightarrow r) \Rightarrow \sim q$
د	د	ن	*	د	د	د
د	ن	د	*	د	د	د
ن	د	ن	*	د	د	د
ن	ن	د	*	د	د	د

پاسخ سریع: در ترکیب شرطی  $(\sim p \Rightarrow r) \Rightarrow \sim q$  تالی (یعنی  $\sim q$ ) درست است بنابراین ارزش ترکیب نیز درست است.

ج) گام اول:  $\sim p$  درست و  $\sim q$  نادرست است. در ترکیب شرطی  $(\sim q \Rightarrow \sim p)$  از مقدم درست، تالی نادرست نتیجه‌گیری شده است؛ بنابراین ارزش ترکیب نادرست است.

گام دوم:  $(\sim q \Rightarrow \sim p)$  نادرست است که ترکیب عطفی آن با هر گزاره‌ای نادرست است؛ بنابراین ارزش ترکیب  $(\sim q \Rightarrow \sim p) \wedge r$  نادرست است. یادآوری:  $(\sim q \Rightarrow \sim p) \equiv (p \Rightarrow q)$

p	q	$\sim p$	$\sim q$	r	$\sim q \Rightarrow \sim p$	$p \Rightarrow q$	$(\sim q \Rightarrow \sim p) \wedge r$
د	د	ن	د	*	د	د	د
د	ن	د	د	*	د	د	د
ن	د	ن	د	*	د	د	د
ن	ن	د	د	*	د	د	د

خ) گام اول: در ترکیب شرطی  $(r \Rightarrow p)$  ارزش تالی (یعنی p) درست است، بنابراین ارزش ترکیب شرطی نیز درست است.

گام دوم: گزاره  $(r \Rightarrow p)$  درست است و ترکیب عطفی آن با یک گزاره درست دیگر (یعنی p) دارای ارزش درست است.

p	r	$r \Rightarrow p$	$(r \Rightarrow p) \wedge p$
د	*	د	د
د	*	د	د
ن	*	د	د
ن	*	د	د

تمرین ۳: درستی هریک از هم‌ارزی‌های زیر را با استفاده از جدول ارزش‌ها نشان دهید:

الف)  $\sim(p \wedge q) \equiv (\sim p \vee \sim q)$

ب)  $p \wedge (q \vee r) \equiv (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$

پ)  $p \wedge (p \vee q) \equiv p$

ت)  $(p \Rightarrow p) \equiv T$

ث)  $(p \vee \sim q) \wedge (p \vee q) \equiv p$

ج)  $(p \wedge \sim q) \vee (p \Rightarrow q) \equiv T$

حل الف)

p	q	$\sim p$	$\sim q$	$p \wedge q$	$\sim(p \wedge q)$	$\sim p \vee \sim q$ (الف)
د	د	ن	ن	د	ن	ن
د	ن	ن	د	ن	د	د
ن	د	د	ن	ن	د	د
ن	ن	د	د	ن	د	د

ب)

p	q	r	$q \vee r$	$p \wedge q$	$p \wedge r$	$p \wedge (q \vee r)$	$(p \wedge q) \vee (p \wedge r)$
د	د	د	د	د	د	د	د
د	د	ن	د	د	ن	د	د
د	ن	د	د	ن	د	د	د
د	ن	ن	ن	ن	ن	ن	ن
ن	د	د	د	ن	ن	ن	ن
ن	د	ن	د	ن	ن	ن	ن
ن	ن	د	د	ن	ن	ن	ن
ن	ن	ن	ن	ن	ن	ن	ن

پ)

p	p	$(p \Rightarrow p)$
د	د	د
ن	ن	د

ت)

p	q	$p \vee q$	$p \wedge (p \vee q)$
د	د	د	د
د	ن	د	د
ن	د	د	ن
ن	ن	ن	ن

ث)

p	q	$\sim q$	$p \vee \sim q$	$p \vee q$	$(p \vee \sim q) \wedge (p \vee q)$
د	د	ن	د	د	د
د	ن	د	د	د	د
ن	د	ن	ن	د	ن
ن	ن	د	د	ن	ن

ج)

p	q	$\sim q$	$p \wedge \sim q$	$p \Rightarrow q$	$(p \wedge \sim q) \vee (p \Rightarrow q)$
د	د	ن	ن	د	د
د	ن	د	د	ن	د
ن	د	ن	ن	د	د
ن	ن	د	ن	د	د