

محاسبات عددی

$15 + 2 = 17$

$15 - 2 = 13$

$-15 + 2 = -13$

$-15 - 2 = -17$

$15 \times 2 = 30$

$15 \times -2 = -30$

$-15 \times 2 = -30$

$-15 \times -2 = 30$

$5 + 0 =$

$0 + 5 =$

$5 - 0 =$

$0 - 5 =$

$5 \times 0 =$

$0 \times 5 =$

$\frac{0}{5} =$

$\frac{5}{0} =$

$\frac{2}{7} + \frac{2}{7} =$

$\frac{2}{5} + \frac{2}{4} =$

$\frac{7}{10} - \frac{2}{5} =$

$\frac{9}{8} + 5 =$

$\frac{1}{2} + \frac{5}{3} - \frac{7}{4} =$

$\frac{1}{5} + \frac{1}{10} + \frac{1}{20} + \frac{1}{40} =$

$1 + \frac{2}{7} =$

$1 - \frac{2}{5} =$

$\frac{2}{5} \times \frac{7}{3} =$

$\frac{6}{9} \times \frac{-4}{7} =$

$\frac{12}{7} \times \frac{5}{8} =$

$\frac{2}{7} \div \frac{5}{4} =$

$\frac{1}{2} =$

$\frac{1}{4} =$

$\frac{2}{4} =$

$\frac{2}{2} =$

$\frac{5}{2} =$

$\frac{7}{2} =$

$\frac{2}{5} =$

$\frac{8}{5} =$

$\frac{13}{5} =$

$\frac{2}{25} =$

$\frac{8}{25} =$

$\frac{13}{25} =$

$\frac{84}{60} =$

$\frac{81}{4} =$

$\frac{15}{2} =$

تجسس با ما

۱- اگر $f = \{(5,3), (1,5), (3,4), (6,2)\}$ و $g = \{(3,2), (5,6), (1,2), (2,1)\}$ باشند، برد تابع $\frac{f+g}{f}$

کدام است؟ (سراسری ۹۹ خارج)

- (۱) $\{1/4, 1/5, 3\}$ (۲) $\{1/5, 1/8, 3\}$ (۳) $\{1, 1/4, 4\}$ (۴) $\{1, 2/5, 4\}$

۲- در داده‌های آماری $15, 17, 10, 5, 12, 13, 9, 16, 5, 14, 13$ ، تفاضل میانه از میانگین، کدام است؟

- (۱) $0/1$ (۲) $0/2$ (۳) $0/3$ (۴) $0/4$ (سراسری ۹۹ خارج)

۳- مقدار عبارت $3^{256} \times \dots \times 3^{16} \times 3^8 \times 3^4$ ، کدام است؟ (سراسری ۱۴۰۰)

- (۱) $\frac{127}{3256}$ (۲) $\frac{127}{3512}$ (۳) $\frac{63}{3256}$ (۴) $\frac{255}{3512}$

تحصیل باما

توان

$$3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 3^5$$

$$2^1 = 2$$

$$2^2 = 4$$

$$2^3 = 8$$

$$2^4 = 16$$

$$2^5 = 32$$

$$2^6 = 64$$

$$2^7 = 128$$

$$2^8 = 256$$

$$2^9 = 512$$

$$2^{10} = 1024$$

$$3^1 = 3$$

$$3^2 = 9$$

$$3^3 = 27$$

$$3^4 = 81$$

$$3^5 = 243$$

$$4^1 = 4$$

$$4^2 = 16$$

$$4^3 = 64$$

$$4^4 = 256$$

$$5^1 = 5$$

$$5^2 = 25$$

$$5^3 = 125$$

$$5^4 = 625$$

$$6^1 = 6$$

$$6^2 = 36$$

$$6^3 = 216$$

$$7^2 = 49$$

$$8^2 = 64$$

$$9^2 = 81$$

$$10^2 = 100$$

$$11^2 = 121$$

$$12^2 = 144$$

$$13^2 = 169$$

$$14^2 = 196$$

$$15^2 = 225$$

$$16^2 = 256$$

$$17^2 = 289$$

$$18^2 = 324$$

$$19^2 = 361$$

$$20^2 = 400$$

$$25^2 = 625$$

$$10^1 = 10$$

$$10^2 = 100$$

$$10^3 = 1000$$

$$10^4 = 10000$$

$$10^{-1} = 0/1$$

$$10^{-2} = 0/01$$

$$10^{-3} = 0/001$$

$$10^{-4} = 0/0001$$

◀ هر عدد به توان یک می‌شود، خود عدد.

◀ یک دارای هر توانی باشد می‌شود، یک.

◀ هر عدد مخالف صفر به توان صفر می‌شود، یک.

◀ صفر اگر دارای توان مثبت باشد می‌شود، صفر.

◀ عدد منفی اگر دارای توان زوج باشد، حاصل آن مقداری مثبت می‌شود.

تحصیل با ما

◀ عدد بزرگ‌تر از یک هر چقدر دارای توان بزرگ‌تری باشد، حاصل آن بزرگ‌تر می‌شود.

◀ عدد بین صفر و یک هر چقدر دارای توان بزرگ‌تر باشد، حاصل آن کوچک‌تر می‌شود.

روابط محاسبات عبارات توانی

۱ - در ضرب عبارات توانی اگر پایه‌ها مساوی باشند، یک پایه را نوشته، توان‌ها را جمع می‌کنیم.

$$a^n \times a^m = a^{n+m}$$

$$2^3 \times 2^4 = 2^7$$

۲ - در ضرب عبارات توانی اگر توان‌ها مساوی باشند، می‌توانیم پایه‌ها را ضرب کنیم.

$$a^n \times b^n = (ab)^n$$

$$\left(\frac{2}{5}\right)^3 \times 5^3 = \left(\frac{2}{5} \times 5\right)^3 = 2^3$$

۳ - در تقسیم عبارات توانی اگر پایه‌ها مساوی باشند، یک پایه را نوشته، توان‌ها را منهای می‌کنیم.

$$\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m}$$

$$\frac{3^9}{3^5} = 3^4$$

$$\frac{2^5}{2^8} = 2^{-3}$$

۴ - در تقسیم عبارات توانی اگر توان‌ها مساوی باشند، می‌توانیم پایه‌ها را تقسیم کنیم.

$$\frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n$$

$$\frac{30^2}{6^2} = \left(\frac{30}{6}\right)^2 = 5^2$$

۵ - در تساوی عبارات توانی اگر پایه‌ها مساوی باشند، می‌توان پایه‌ها را حذف نمود.

$$a^n = a^m \Rightarrow n = m$$

$$5^x = 5^7 \Rightarrow x = 7$$

۶ - در تساوی عبارات توانی اگر توان‌ها مساوی باشند، می‌توان توان‌ها را حذف نمود.

$$a^n = b^n \Rightarrow a = b$$

$$x^6 = 3^6 \Rightarrow x = 3$$

۷ - اگر یک پایه دارای چندین توان باشد، توان‌ها را در یکدیگر ضرب می‌کنیم.

$$(a^n)^m = a^{n \times m}$$

$$(x^2)^7 = x^{14}$$

$$8^4 = (2^3)^4 = 2^{12}$$

$$12^5 = (2^2 \times 3)^5 = 2^{10} \times 3^5$$

۸ - اگر پایه را معکوس نماییم، توان قرینه می‌شود.

$$a^1 = \frac{1}{a^{-1}}$$

$$2^{-3} = \frac{1}{2^3}$$

$$\left(\frac{3}{10}\right)^{-x+1} = \left(\frac{10}{3}\right)^{x-1}$$

$$\frac{2^1 \times 3^{-2}}{5^{-4}} = \frac{2^1 \times 5^4}{3^2}$$

توان‌های گویا

$$a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$$

هرگاه $a > 0$ برای دو عدد طبیعی m و n توان گویای a را چنین تعریف می‌کنیم:

$$a^{\frac{2}{5}} = \sqrt[5]{a^2}, \quad x^{\frac{3}{4}} = \sqrt[4]{x^3}, \quad 10^{\frac{4}{7}} = \sqrt[7]{10^4}, \quad 8^{\frac{2}{3}} = \sqrt[3]{8^2} = \sqrt[3]{64} = 4$$

مثال:

رادیکال و جذرگیری

$$۷^۲ = ۴۹ \Leftrightarrow \sqrt[۲]{۴۹} = ۷$$

$$۵^۳ = ۱۲۵ \Leftrightarrow \sqrt[۳]{۱۲۵} = ۵$$

تذکر: رادیکالی که دارای فرجه زوج بوده و عبارت زیر رادیکال منفی باشد، در مجموعه اعداد حقیقی تعریف نشده است.

$$\sqrt{۲۵} =$$

$$\sqrt[۳]{۸} =$$

$$\sqrt{-۲۵} =$$

$$\sqrt[۳]{-۸} =$$

لازم است حاصل رادیکال‌های زیر را به‌خاطر بسپارید:

$$\sqrt{۰} = ۰$$

$$\sqrt{۱} = ۱$$

$$\sqrt{۴} = ۲$$

$$\sqrt{۹} = ۳$$

$$\sqrt{۱۶} = ۴$$

$$\sqrt{۲۵} = ۵$$

$$\sqrt{۳۶} = ۶$$

$$\sqrt{۴۹} = ۷$$

$$\sqrt{۶۴} = ۸$$

$$\sqrt{۸۱} = ۹$$

$$\sqrt{۱۰۰} = ۱۰$$

$$\sqrt{۱۲۱} = ۱۱$$

$$\sqrt{۱۴۴} =$$

$$\sqrt{۱۶۹} =$$

$$\sqrt{۱۹۶} =$$

$$\sqrt{۲۲۵} =$$

$$\sqrt{۲۵۶} =$$

$$\sqrt{۲۸۹} =$$

$$\sqrt{۳۲۴} =$$

$$\sqrt{۳۶۱} =$$

$$\sqrt{۴۰۰} =$$

$$\sqrt{۶۲۵} =$$

$$\sqrt{۲} =$$

$$\sqrt{۳} =$$

$$\sqrt{۵} =$$

$$\sqrt{۶} =$$

$$\sqrt{۷} =$$

$$\sqrt{۸} =$$

$$\sqrt{۱۰} =$$

$$\sqrt{۱۷} =$$

ساده کردن رادیکال

$$\sqrt{۱۲} =$$

$$\sqrt{۱۸} =$$

$$\sqrt{۲۰} =$$

$$\sqrt{۲۴} =$$

$$\sqrt{۸} =$$

$$\sqrt[۳]{۸} =$$

$$\sqrt{۲۵۰} =$$

$$\sqrt[۳]{۲۵۰} =$$

جمع و تفریق رادیکال‌ها

$$۷\sqrt{۳} + ۵\sqrt{۳} =$$

$$-۹\sqrt{۲} + ۴\sqrt{۲} =$$

$$۷\sqrt{۳} + ۵\sqrt{۲} =$$

$$۶ + ۲\sqrt{۳} =$$

$$\sqrt{۱۸} + \sqrt{۵۰} =$$

ضرب و تقسیم رادیکال‌ها

$$۲\sqrt{۳} \times ۴\sqrt{۵} =$$

$$\sqrt{۳}(۵\sqrt{۲}) =$$

$$\sqrt{۳}(۵ + \sqrt{۲}) =$$

$$\frac{۱۵\sqrt{۱۲}}{۳\sqrt{۳}} =$$

تذکر: حاصل تساوی‌های زیر را با یکدیگر مقایسه کنید.

$$\sqrt{a} + \sqrt{a} = ۲\sqrt{a}$$

$$\sqrt{a} - \sqrt{a} = ۰$$

$$\sqrt{a} \times \sqrt{a} = a$$

$$\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{a}} = ۱$$

ریشه گیری

$\sqrt{9} =$

$x^2 = 9$

$\sqrt{25} =$

$x^2 = 25$

$\sqrt{-25} =$

$x^2 = -25$

$\sqrt[3]{8} =$

$x^3 = 8$

$\sqrt[3]{-8} =$

$x^3 = -8$

$x^2 = 100$

$x^2 = -100$

$x^2 = 125$

$x^2 = -125$

(سراسری ۹۸)

۴- حاصل $8^{-\frac{1}{3}} \times 4^{\frac{1}{12}} \times 2^{\frac{1}{6}}$ کدام است؟

$\frac{1}{2}$ (۲)

$\frac{1}{4}$ (۱)

2 (۴)

1 (۳)

(سراسری ۹۶)

۵- از تساوی $4 \times 2^{x+1} = (5/0)^x$ عدد x کدام است؟

$-\frac{5}{4}$ (۲)

$-\frac{3}{4}$ (۱)

$-\frac{5}{2}$ (۴)

$-\frac{3}{2}$ (۳)

(سراسری ۹۵)

۶- اگر $A = \frac{2}{3}\sqrt{18} + 2\sqrt{27} - \sqrt{108} + 0/3\sqrt{200}$ باشند، A^2 برابر کدام است؟

45 (۲)

32 (۱)

50 (۴)

48 (۳)

اتحادها و تجزیه

فاکتورگیری

$$2x + 2y =$$

$$3x^2 + 5x =$$

$$x^2 + x^2 + x =$$

$$18x^5 - 12x^3 =$$

$$m(m+2) - 5(m+2) =$$

$$(x+5)^2 - \sqrt{3}(x+5) =$$

اتحاد مربع مجموع یا تفاضل دو جمله

$$(دومی)^2 \pm 2(دومی \times اولی) + (اولی)^2 = (دومی \pm اولی)^2$$

$$(a+b)^2 =$$

$$(a-b)^2 =$$

$$(a+5)^2 =$$

$$(2x+3)^2 =$$

$$(a-3)^2 =$$

$$(x-4)^2 =$$

$$(2x-1)^2 =$$

$$(1+\sqrt{3})^2 =$$

$$4x^2 - 12x + 9 =$$

اتحاد مزدوج

$$(دومی)^2 - (اولی)^2 = (دومی + اولی)(دومی - اولی)$$

$$(a+b)(a-b) =$$

$$(a-3)(a+3) =$$

$$(x+12)(x-12) =$$

$$(3x-2y)(3x+2y) =$$

$$(\sqrt{5}+2)(\sqrt{5}-2) =$$

$$(8-5\sqrt{2})(8+5\sqrt{2}) =$$

$$a^2 - 25 =$$

$$4x^2 - 1 =$$

تحصیل باما

اتحاد یک جمله مشترک

$$(x + a)(x + b) = x^2 + (a + b)x + (ab)$$

$$(x + 3)(x + 4) =$$

$$(x + 5)(x - 2) =$$

$$(x - 8)(x + 3) =$$

$$(x - 6)(x - 1) =$$

$$(2x + 1)(2x + 5) =$$

$$(3x + 7)(3x - 2) =$$

$$x^2 + 5x + 6 =$$

$$x^2 + 6x + 5 =$$

$$x^2 + 8x + 12 =$$

$$x^2 + 5x - 24 =$$

$$x^2 - 4x - 12 =$$

$$x^2 + x - 12 =$$

تذکر: توان بیرون پرانتز را فقط در صورتی می‌توانیم به اجزای داخل پرانتز توزیع نماییم که عمل داخل پرانتز فقط ضرب یا تقسیم باشد.

$$(a \times b)^n = a^n \times b^n$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$$

$$(a \pm b)^n \neq a^n \pm b^n$$

$$3\sqrt{5}^2 =$$

$$(3\sqrt{5})^2 =$$

$$(3 + \sqrt{5})^2 =$$

۷- در تابع با ضابطه‌ی $f(x) = x^2 - 2x + 3$ حاصل $f(1 + \sqrt{2}) - f(2)$ کدام است؟ (سراسری ۹۱)

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

تحصیل باما

۸- در تابع با ضابطه $f(x) = \sqrt{-2x^2 + 8x + 7}$ ، مقدار $f(2 - \sqrt{3})$ کدام است؟ (سراسری ۹۲)

۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۶ (۴)

۹- اگر $f(x) = \frac{-2x^2 + 5x}{x - 2}$ باشد، $f(1 - \sqrt{2})$ ، کدام است؟ (سراسری ۹۳)

۱ (۱) $\sqrt{2}$ (۲) ۲ (۳) $1 + \sqrt{2}$ (۴)

۱۰- اگر $f(x) = -\frac{1}{3}x^2 + |2x|$ باشد، $f(2\sqrt{2} - 3)$ ، کدام است؟ (سراسری ۹۴)

۱ (۱) $-\frac{1}{3}$ (۲) $\frac{1}{3}$ (۳) $\frac{2}{3}$ (۴)

تحصیل باما