



# فصل اول

## مبانی

## ریاضیات

تحصیل باما



پایه یازدهم

آمار و احتمال

## گزاره:

به جمله خبری که در حال حاضر یا آینده دارای ارزش درست یا نادرست (راست یا دروغ) باشد گزاره می‌گوییم.  جملات پرسشی، امری، عاطفی، احساسی، تعجبی، دعایی و جملاتی که نتوان ارزش آن‌ها را تعیین کرد گزاره نمی‌باشند.

## مثال:

- (الف) حال شما چطور است؟ (پرسشی)  
 (ب) آن خودکار را روی میز بگذار. (امری)  
 (ج) نامت سپیده دمی که بر پیشانی آسمان می‌گذرد. (احساسی و عاطفی)  
 (د) چه هوای دل‌انگیزی (تعجبی)  
 (ه) ای کاش تیم ملی ایران برنده می‌شد. (دعایی)

هرگاه نتوانیم از اجزای جمله اطلاعات دقیق و درست داشته باشیم آن جمله گزاره نیست.

## مثال:

- (الف) قیمت کفش شما ارزان است. ارزان چقدر است؟  
 (ب) او فوتبالیست است. او کیست  
 (ج)  $x$  عددی مثبت است.  $x$  چه عددی است  
 (د) سعدی شاعر بزرگ ایرانی است. بزرگ یعنی چقدر

حدس‌های ریاضی که هنوز درستی آن‌ها اثبات یار نشده‌اند، گزاره محسوب می‌شوند.

## مثال:

- (الف) هر عدد زوج بزرگتر از ۲ را می‌توان به صورت مجموع دو عدد اول نوشت. (حدس گلدباخ)  
 (ب) بی‌نهایت عدد اول مانند  $P$  وجود دارد که  $P + 2$  هم اول باشد.

**تمرین:** از بین جملات زیر گزاره‌ها را مشخص کرده و ارزش آنها را تعیین کنید.

۱- ایران کشور آسیایی است. گزاره‌ای درست است.

۲- در پرتاب یک تاس احتمال آنکه تاس مضرب ۳ بیاید برابر  $\frac{1}{3}$  است. گزاره‌ای درست است

۳- ای کاش می‌توانستم در یک هوای پاک زندگی کنم. گزاره نیست (بیان احساسات) - مفهوم درست و نادرست استنباط نمی‌شود.

۴- آیا  $2 + 3$  برابر ۵ است؟ گزاره نیست (جمله پرسشی است)

- ۵- هر عدد فرد بزرگتر از ۵ را می توان به صورت مجموع سه عدد اول نوشت. گزاره است (ارزش آن معلوم نیست) اگر درست نباشد قطعاً نادرست است.
- ۶- هر معادله درجه دوم دارای دو ریشه حقیقی متمایز است. گزاره ای نادرست است.
- ۷- مجموع هر دو عدد اول زوج است. گزاره ای نادرست است.  $۲ + ۳ = ۵$
- ۸- آیا درخت بلند است؟ گزاره نیست (جملات پرسشی گزاره نمی باشند).
- ۹- عدد  $۲۶۳۵۹۲۱۴۳۱$  عددی اول است. گزاره ای نادرست است (مجموع ارقام پر ۳ بخش پذیر است).
- ۱۰- نقره فلزی گران بها است. گزاره نیست (چون معیار گران بها بودن معلوم نشده و معلوم نیست اگر قیمت یک شی از چه عددی بالاتر باشد گران بها محسوب می شود). پس نمی توانیم درستی یا نادرستی جمله را تعیین کنیم.
- ۱۱- آه، چه هوای سردی بیان احساسات (گزاره نیست)
- ۱۲- آیا  $۱۲ = ۷ + ۳ + ۲$  است؟ جملات پرسشی (گزاره نیست)
- ۱۳- به امید کامیابی شما گزاره نیست (جملات عاطفی)
- ۱۴-  $\{۱\} \in \{۱, ۲, ۳, ۴\}$  گزاره است ارزش آن نادرست است.
- ۱۵- حافظ پزشک ایرانی است. گزاره ارزش نادرست
- ۱۶- آمار مجموعه ای از اعداد و ارقام و اطلاعات است. گزاره است (با ارزش درست)
- ۱۷-  $\emptyset \notin \mathbb{R}$  گزاره است نادرست
- ۱۸- کاش می شد مردم دانه های دلشان پیدا بود. گزاره نیست. (جملات عاطفی و بیان احساسات)
- ۱۹- پرسپولیس یک تیم بزرگ و حرفه ای است. گزاره نیست (تعریف بزرگ و حرفه ای معلوم نیست)
- ۲۰- امروز هوا ابری است، بهتر است چتر برداری گزاره نیست (جملات امری گزاره نمی باشند).
- ۲۱- علی دانش آموز بسیار خوبی است. گزاره نیست (تعریف بسیار خوب معلوم نیست)
- ۲۲- بنشین، مرو، گلو که شب از نیم رفته است. گزاره نیست (جملات امری گزاره نمی باشند)
- ۲۳- چه باران شدیدی (گزاره نیست) شدید بودن تعریف نشده
- ۲۴- علی دایی یک پزشک ایرانی است. گزاره ای نادرست.
- ۲۵- لطفاً از کلاس خارج نشوید. گزاره نیست (جملات امری گزاره نیستند)
- ۲۶- در هر متوازی الاضلاع زاویه های رو به رو هم اندازه نمی باشند. گزاره ای نادرست است.
- ۲۷-  $۲^۳ - ۱ < ۹$  گزاره ای درست
- ۲۸-  $\mathbb{N} \subseteq \mathbb{R}$  گزاره ای درست است.
- ۲۹- به امید دیدار دوباره گزاره نمی باشد.

**مثال:** از جملات زیر کدام یک گزاره است، ارزش گزاره‌ها را مشخص کنید. (کتاب درسی)

(الف) خیام پزشک ایرانی است. (ب) افلاطون فیلسوف یونانی است.

(پ)  $3 + 5 > 6$  (ت) تخته سیاه را پاک کنید.

(ث)  $\{1\} \in \{1, 2, 3, 4\}$  (ج) چه باران شدیدی می‌آید.

(چ) عدد ۱۹۱۷ عددی اول است. (ح)  $\emptyset \subset \mathbb{R}$

(ذ) به امید کامیابی شما. (د) عدد  $8 + 5^9$  عددی اول است.

(ر) آمار، مجموعه‌ای از اعداد، ارقام و اطلاعات است.

**مثال:** در جاهای خالی عدد یا علامت مناسب قرار دهید. به طوری که گزاره‌های حاصل دارای ارزش درست

باشند. (کتاب درسی)

(الف)  $-7 \times \square = -7$

(ب)  $5 + \square \notin \mathbb{Z}$

(پ)  $\frac{8 \times \square}{4} \in \left\{2, \frac{1}{3}\right\}$

(ت)  $\frac{10 \times 9}{3} \square 5 \times 3$

(ث)  $\square \times \sqrt{2} = 0$

(ج)  $1 \square \{1\}$

(چ)  $5(\square - 3) = 20$

(ح)  $7(\square - 3) = 35$

**تست:** کدام یک از جملات زیر گزاره است؟

(۱) کاش باران ببارد

(۲) عدد ۱۳ عددی نحس است

(۳) میازار موری که دانه کش است

(۴) بین مجذور هر دو عدد متوالی یک عدد اول هست.

## ارزش گزاره و جدول ارزش گزاره‌ها:

درست یا نادرست بودن یک گزاره را ارزش گزاره می‌گوییم.

★ اگر ارزش یک گزاره همواره درست باشد آن را با T و اگر ارزش آن همواره نادرست باشد با F نشان می‌دهند (این دو حرف اول کلمات True و False هستند)

ارزش هر گزاره مانند P می‌تواند درست یا نادرست باشد این مطلب را می‌توان در جدولی به شکل مقابل نشان داد. که به آن جدول ارزش گزاره‌ها گویند.

P
د
ن

جدول ارزش گزاره‌ها برای دو گزاره p و q به این شکل است.

p	q
د	د
د	ن
ن	د
ن	ن

جدول ارزش گزاره‌ها برای سه گزاره p و q و r به این شکل است.

p	q	r
د	د	ن
د	ن	د
د	د	د
د	ن	ن
ن	د	ن
ن	ن	د
ن	د	د
ن	ن	ن

**سؤال:** جدول ارزش گزاره ها برای ۴ گزاره چند حالت دارد؟

**تست:** برای ۴ گزاره  $s, r, q, p$  اگر بدانیم ارزش گزاره  $r$  درست و ارزش گزاره  $s$  نادرست است از نظر ارزش برای این ۴ گزاره چند حالت مختلف وجود دارد؟

۱۶ (۱)

۱۴ (۲)

۲ (۳)

۴ (۴)

### گزاره‌نما:

خبری که شامل یک یا چند متغیر باشد و با جای گذاری مقادیری به جای متغیر به یک گزاره تبدیل شود گزاره نما نامیده می‌شود.

**مثال:**  $n^2 + 4$  عددی مربع کامل است.

$a$  عددی فرد است.

## تحصیل با ما

تساوی‌هایی که بر حسب یک یا چند متغیر باشند، گزاره‌نما محسوب می‌شوند. که آن‌ها را بر حسب تعداد متغیر به کار رفته در آن‌ها یک متغیره، دو متغیره و .... می‌نامیم. بنابراین تمام معادلات ریاضی گزاره‌نما به حساب می‌آیند.

**مثال:** معادله  $x^2 + 3x - 4 = 0$  یک گزاره‌نمای یک متغیره است.

معادله  $x^2 + y^2 = 6$  یک گزاره‌نمای دو متغیره است.



✓ نامساوی‌هایی که بر حسب یک یا چند متغیر باشند، گزاره‌ها محسوب می‌شوند. بنابراین تمام نامعادلات ریاضی گزاره‌ها به حساب می‌آیند.

**مثال:** نامعادله  $x^2 > 2x$  یک گزاره‌نمای یک متغیره است.

**تست:** کدام یک از گزینه‌های زیر نشان‌دهنده یک گزاره‌نما نیست؟

(۱)  $a$  عددی زوج است.

(۲) در پرتاب یک تاس احتمال رخداد پیشامد  $A$  برابر  $\frac{1}{3}$  است.

(۳) همه اعداد اول فرد هستند.

(۴) حاصل جمع سه برابر عددی با دو برابر عدد دیگر برابر ۶ است.

## دامنه متغیر گزاره‌نما:

در هر گزاره‌نما به مجموعه مقادیری که می‌توان به جای متغیرها قرار داد تا این گزاره‌نما را به گزاره تبدیل کند دامنه متغیر گزاره‌نما می‌نامند و با حرف  $D$  نشان می‌دهند.

**مثال (الف):** در گزاره‌نمای ( $p$  عددی اول است) دامنه متغیر گزاره‌نما  $D = \mathbb{N}$  است.

**(ب)** در گزاره‌نمای ( $a$  عددی فرد است) دامنه متغیر گزاره‌نما  $D =$  است.

**(ج)** در گزاره‌نمای ( $x$  عددی گنگ است) دامنه متغیر گزاره‌نما  $D = \mathbb{R}$  است.

تحصیل با ما

✓ برای پیدا کردن دامنه معادلات و نامعادلات کسری باید اعدادی را پیدا کنیم که مخرج را صفر نکند.

**مثال:** دامنه متغیر گزاره‌نمای  $\frac{x}{x^2 - 4} < 1$  عبارتند از  $D = \mathbb{R} - \{\pm 2\}$

دامنه متغیر گزاره‌نمای  $\frac{x^2 - 5x + 4}{x - 1} = 0$  عبارتند از  $D = \mathbb{R} - \{1\}$

✓ برای پیدا کردن دامنه معادلات و نامعادلات رادیکالی با فرجه زوج، باید اعدادی را پیدا کنیم که زیر رادیکال را منفی نکند.

**مثال:** دامنه متغیر گزاره‌نمای  $\sqrt{x-2} < 2$  به صورت  $D = [2, +\infty)$  است.

دامنه متغیر گزاره‌نمای  $\frac{2}{\sqrt{3-x}} < 1$  به صورت  $D = (-\infty, 3)$  است.

**تست:** دامنه متغیر گزاره‌نمای  $\sqrt{2-|x|} < 1$  کدام است؟

(۱)  $(-2, 2)$

(۲)  $[-2, 2]$

(۳)  $[-2, 2]$

(۴)  $\mathbb{R} - [-2, 2]$

### مجموعه جواب گزاره:

در هر گزاره‌نما، به مجموعه عضوهایی از دامنه متغیر که به ازای آن‌ها، گزاره‌نما تبدیل به گزاره‌ای با ارزش درست شود، مجموعه جواب گزاره‌نما می‌گویند و آن را با حرف  $S$  نمایش می‌دهند.

**مثال:** مجموعه جواب گزاره‌نمای  $\sqrt{2-x} < 1$  به صورت زیر بدست می‌آید؟

✓ اگر  $D$  دامنه متغیر گزاره‌نما و  $S$  مجموعه جواب گزاره‌نما باشد. همواره  $S \subseteq D$

**مثال:** دامنه متغیر گزاره‌نمای زیر داده شده است. مجموعه جواب هریک از آنها را مشخص کنید.

(الف)  $x$  مضرب ۷ است ( $D = \mathbb{Z}$ )

(ب)  $15x^2 - 7x - 8 = 0$  ( $D = \mathbb{R}$ )

(پ) تاس را پرتاب می‌کنیم  $D(\{x\}) = \frac{1}{6}$  و  $D = \{1, 2, \dots, 6\}$



**تست:** مجموعه جواب گزاره‌نمای  $\frac{1}{\sqrt{2-|x|}} \leq 1$  کدام است؟

(۱)  $[-1, 1]$

(۲)  $(-1, 1)$

(۳)  $(-2, 2)$

(۴)  $[-2, 2]$

**مثال:** دامنه متغیر هر یک از گزاره‌نماهای زیر، مجموعه اعداد صحیح است، مجموعه جواب هر یک را

بنویسید. (کتاب درسی)

**الف)**  $x$  مربع کامل است.

**ب)**  $a$  یک واحد از مضرب ۵ بیشتر است.

**پ)**  $\frac{2x+1}{3} \leq -1$

**ت)**  $\{n(n+1) = 0 \mid n \in W\}$

## ترکیب گزاره‌ها

**فعالیت:** هر یک از جمله‌های زیر، از چند گزاره تشکیل شده است؟ (کتاب درسی)

آیا می‌توانید با توجه به ارزش گزاره‌های به کار رفته در هر جمله، ارزش آن جمله را تعیین کنید.

★ عدد ۲ زوج است و عدد ۵ مضرب ۳ است.

★ عدد ۲ زوج است، یا عدد ۵ مضرب ۳ است.

★ اگر عدد ۲ زوج باشد، آن‌گاه عدد ۵ مضرب ۳ است.

★ چنین نیست که عدد ۲ زوج باشد.

★ اگر عدد ۲ زوج باشد، آن‌گاه عدد ۵ مضرب ۳ است و برعکس.

از ترکیب دو یا چند گزاره به وسیله رابط‌های گزاره‌ای (ادات ربط)، گزاره‌های مرکب به دست می‌آیند.

در ادامه ادات ربط را برای ترکیب گزاره‌ها معرفی می‌کنیم. با در دست داشتن ارزش گزاره‌های  $p$ ،  $q$ ،  $r$  و ... و

معرفی ادات ربط، می‌توان گزاره‌های مرکب را تعریف کرد که ارزش گزاره‌های مرکب فقط به ارزش گزاره‌های  $p$ ،  $q$ ،

$r$  و ... و ادات ربط بین آن‌ها بستگی دارد.

## نقیض یک گزاره:

$p$	$\sim p$
د	ن
ن	د

نقیض گزاره‌ی  $p$  به صورت  $\sim p$  نوشته می‌شود و آن را «چنین نیست که  $p$ » می‌خوانیم.  
ارزش  $\sim p$  همواره عکس ارزش  $p$  است. با توجه به جدول مقابل داریم:

**نکته:** نقیض اعمال ریاضی به صورت جدول زیر می‌باشند:

$P$	$=$	$\neq$	$<$	$>$	$\geq$	$\leq$
$\sim P$	$\neq$	$=$	$\geq$	$\leq$	$<$	$>$

**مثال:** نقیض گزاره‌های زیر را بنویسید. (کتاب درسی)

الف)  $4 \leq 3$

ب) ابوالوفای بوزجانی، ریاضی‌دان ایرانی است.

پ)  $a \in \{b, c, d\}$

ت) ۲ عددی زوج است یا عدد  $\pi$  گویاست.

ث) خورشید به دور زمین می‌چرخد و سنج مرکز استان کردستان است.

تحصیل باما

ج) اگر  $a$  زوج باشد، آن‌گاه  $a+1$  فرد است.

## دو گزاره‌ی هم‌ارز:

اگر دو گزاره‌ی  $p$  و  $q$  هم‌ارزش باشند، می‌نویسیم  $p \equiv q$  و می‌خوانیم:  $p$  هم‌ارز است با  $q$ .

**توجه:** دو گزاره‌ی  $p$  و  $(\sim p)$  هم‌ارز می‌باشند. به جدول مقابل دقت کنید:

$p$	$\sim p$	$\sim(\sim p)$
د	ن	د
ن	د	ن

## ترکیب فصلی دو گزاره:

گزاره‌های زیر را در نظر بگیرید.

$p$ :  $\sqrt{3}$  عددی حقیقی است.

$q$ : ۲ عددی اول نیست.

گزاره مرکب « $\sqrt{3}$  عددی حقیقی است، یا ۲ عددی اول نیست» که از ترکیب دو گزاره ساده  $p$  و  $q$  با رابط منطقی «یا» تشکیل شده است، **ترکیب فصلی** دو گزاره می‌گوییم. هر گاه  $p$  و  $q$  دو گزاره باشند، گزاره مرکب « $p$  یا  $q$ » را که به صورت « $p \vee q$ » می‌نویسند، ترکیب فصلی دو گزاره می‌گوییم. در اینجا به رابط منطقی « $\vee$ » **فاصل** گفته می‌شود. گزاره مرکب زیر را در نظر بگیرید:

«پدر علی امروز برای گرفتن کارنامه به مدرسه می‌آید، یا مادر علی امروز برای گرفتن کارنامه به مدرسه می‌آید.»

اگر پدر علی برای گرفتن کارنامه به مدرسه بیاید، در این صورت گزاره مرکب بالا درست است. اگر مادر علی هم برای گرفتن کارنامه به مدرسه بیاید، آن‌گاه ارزش گزاره مرکب درست است. در حالتی که هم پدر علی و هم مادر علی برای گرفتن کارنامه به مدرسه بیایند، ارزش گزاره مرکب درست است.

گزاره مرکب بالا وقتی نادرست است که پدر و مادر علی به مدرسه برای گرفتن کارنامه مراجعه نکنند.

بنابراین، ارزش گزاره مرکب « $p \vee q$ » وقتی نادرست است که ارزش هر دو گزاره  $p$  و  $q$  نادرست باشد و در بقیه حالات، ارزش « $p \vee q$ » درست است. جدول ارزش گزاره « $p \vee q$ » به صورت روبه‌رو است.

$p$	$q$	$p \vee q$
د	د	د
د	ن	د
ن	د	د
ن	ن	ن

## ترکیب عطفی دو گزاره:

**مثال:** گزاره مرکب زیر را در نظر بگیرید و به سؤالات پاسخ دهید. (کتاب درسی)

«سوگند فارغ التحصیل شد و پارسا عضو تیم فوتبال مدرسه است»

آیا ارزش این گزاره مرکب درست است؟

## فرض کنید:

$P$ : سوگند فارغ التحصیل شد.

$q$ : پارسا عضو تیم فوتبال مدرسه است.

★ اگر ارزش  $p$  درست و ارزش  $q$  نادرست باشد، ارزش  $p \wedge q$  چیست؟

★ اگر ارزش  $p$  نادرست و ارزش  $q$  درست باشد، ارزش  $p \wedge q$  چیست؟

★ هرگاه ارزش دو گزاره  $p$  و  $q$  نادرست باشد، ارزش  $p \wedge q$  چیست؟

★ هرگاه ارزش دو گزاره  $p$  و  $q$  درست باشد، ارزش  $p \wedge q$  چیست؟

بنابراین، ارزش ترکیب عطفی دو گزاره وقتی درست است که ارزش هر دو گزاره  $p$  و  $q$  درست باشند و در بقیه

حالات ارزش  $p \wedge q$  نادرست است. جدول ارزش  $p \wedge q$  به صورت روبه‌رو است:

$p$	$q$	$p \wedge q$
د	د	د
د	ن	ن
ن	د	ن
ن	ن	ن

## ترکیب شرطی دو گزاره:

هرگاه  $p$  و  $q$  دو گزاره باشند، گزاره مرکب « $p \Rightarrow q$ » که خوانده می‌شود «اگر  $p$  آن‌گاه  $q$ » را ترکیب شرطی دو گزاره می‌گوییم. در این ترکیب شرطی  $p$  را مقدم (فرض) و  $q$  را تالی (حکم) می‌نامیم.

جدول ارزش گزاره شرطی  $p \Rightarrow q$  به صورت زیر است.

$p$	$q$	$p \Rightarrow q$
د	د	د
د	ن	ن
ن	ن	د
ن	د	د

### با توجه به جدول صفحه قبل ملاحظه می‌کنید که:

**(۱)** هرگاه ارزش  $p$  (مقدم) نادرست باشد، آن‌گاه ارزش گزاره مرکب « $p \Rightarrow q$ » همواره درست است و ارزش آن به ارزش گزاره  $q$  بستگی ندارد. در این حالت می‌گویند: ارزش « $p \Rightarrow q$ » به انتفای مقدم درست است.

**(۲)** ارزش گزاره  $p \Rightarrow q$  وقتی نادرست است که  $p$  درست و  $q$  نادرست باشد.

**مثال:** ارزش گزاره «اگر ۲ فرد است، آن‌گاه  $۲ < ۵$ » به انتفای مقدم نادرست است.

## ترکیب دو شرطی دو گزاره:

هرگاه  $p$  و  $q$  دو گزاره باشند، گزاره مرکب  $(p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow p)$  را به صورت « $p \Leftrightarrow q$ » می‌نویسیم و آن را ترکیب دو شرطی  $p$  و  $q$  می‌نامیم. گزاره « $p \Leftrightarrow q$ » را به صورت زیر می‌خوانیم: «اگر  $p$ ، آن‌گاه  $q$  و برعکس»، « $p$  شرط لازم و کافی برای  $q$  است» و « $p$  اگر و تنها اگر  $q$ »

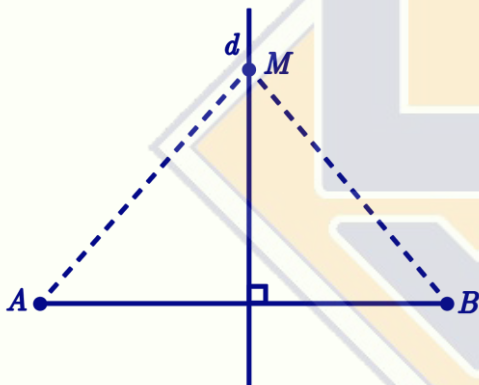
**مثال:** گزاره‌های زیر، نمونه‌ای از ترکیب دو شرطی گزاره‌هاست.

**(الف)** ۶ عدد اول است  $\Leftrightarrow 2 > 5$

**(ب)** ۹۹ عدد اول نیست  $\Leftrightarrow \sqrt{2}$  عددی گویاست.

**(پ)** در پرتاب یک تاس، شرط لازم و کافی برای آنکه احتمال پیشامدی برابر با صفر باشد، آن است که پیشامد تهی باشد.

**(ت)** شرط لازم و کافی برای آنکه نقطه‌ای واقع بر عمود منصف یک پاره‌خط باشد، آن است که فاصله آن نقطه تا دو سر پاره‌خط برابر باشد.



$$[M \in d(\text{عمودمنصف پاره‌خط } AB)] \Leftrightarrow MA = MB$$

p	q	$p \Leftrightarrow q$
د	د	د
د	ن	ن
ن	د	ن
ن	ن	د



## موسی و شبان

دید موسی یک شبانی را به راه	کو همی گفت ای خدا و ای اله
تو کجایی تا شوم من چاکرت	چارفت دوزم کنم شانه سرت
ای فدای تو همه بزهای من	ای بیادت هی هی و هیهای من
زین نمط بیهوده می گفت آن شبان	گفت موسی باکی است ای فلان
گفت با آن کس که ما را آفرید	این زمین و چرخ از او آمد پدید
گفت موسی های خیره سر شدی	خود مسلمان ناسده کافر شدی
گرنبندی زین سخن تو حلق را	آتسی آید بسوزد خلق را
لم یلد لم یولد او را لایق است	والد و مولود را او خالق است
گفت ای موسی دهانم دوختی	وزیشیمانی تو جانم سوختی
وحی آمد سوی موسی از خدا	بنده ی ما را ز ما کردی جدا
تو برای وصل کردن آمدی	نی برای فصل کردن آمدی
هر کسی را سیرتی بنهاده ایم	هر کسی را اصطلاحی داده ایم
ما برون را ننگریم و قال را	ما برون را بنگریم و حال را
خون شهیدان را از آب تراست	این خطا از صد صواب اولی تراست
ملت عشق از همه دین ها جداست	عاشقان را ملت و مذهب خداست
چون که موسی این عتاب از حق شنید	در بیابان در پی چوپان دوید
عاقبت دریافت او را و بدید	گفت مرده ده که دستوری رسید
هیچ آدابی و ترتیبی مجو	هر چه می خواهد دل تنگت بگو

### ترکیب فصلی دو گزاره

p	q	$p \vee q$
د	د	<input type="radio"/>
د	ن	<input type="radio"/>
ن	د	<input type="radio"/>
ن	ن	<input type="radio"/>

گزاره‌ای که از ترکیب دو گزاره‌ی ساده‌ی p و q با رابط منطقی «یا» تشکیل شده است را ترکیب فصلی دو گزاره می‌گوییم و با  $p \vee q$  نشان می‌دهیم. به رابط منطقی « $\vee$ » فاصل گفته می‌شود.

\* موسی ← پیامبر خدا ←

### ترکیب عطفی دو گزاره

p	q	$p \wedge q$
د	د	<input type="radio"/>
د	ن	<input type="radio"/>
ن	د	<input type="radio"/>
ن	ن	<input type="radio"/>

گزاره‌ای که از ترکیب دو گزاره‌ی ساده‌ی p و q با رابط منطقی «و» تشکیل شده است را ترکیب عطفی دو گزاره می‌گوییم و با « $p \wedge q$ » نشان می‌دهیم. به رابط منطقی « $\wedge$ » گفته می‌شود.

\* فرعون ← انسان بد ←

### بدانید که:

p	$\sim p$	$p \vee \sim p$
د	ن	<input type="radio"/>
ن	د	<input type="radio"/>

p	$\sim p$	$p \wedge \sim p$
د	ن	<input type="radio"/>
ن	د	<input type="radio"/>

\* قوانین دمورگان و جذب:

قانون دمورگان	$\sim (p \vee q) \equiv \sim p \wedge \sim q$	$\sim (p \wedge q) \equiv \sim p \vee \sim q$
قانون جذب	$p \wedge (q \vee p) \equiv p$	$p \vee (q \wedge p) \equiv p$

### ترکیب شرطی دو گزاره

اگر  $p$  و  $q$  دو گزاره باشند، گزاره‌ی مرکب  $p \Rightarrow q$  را که به صورت «اگر  $p$  آن گاه  $q$ » خوانده می‌شود، ترکیب شرطی دو گزاره می‌گوییم. در ترکیب شرطی « $p \Rightarrow q$ » گزاره‌ی  $p$  را مقدم یا فرض و گزاره‌ی  $q$  را، تالی یا حکم می‌نامیم.

$p$	$q$	$p \Rightarrow q$
د	د	<input type="radio"/>
د	ن	<input type="radio"/>
ن	د	<input type="radio"/>
ن	ن	<input type="radio"/>

\* نَبات  $\leftarrow$  دوستش داریم.

\* آدم خوب شدن  $\leftarrow$  دوستش داریم.

\* آدم بد شدن  $\leftarrow$  دوستش نداریم.

$$p \Rightarrow q \equiv \sim p \vee q$$

### ترکیب دو شرطی

هرگاه  $p$  و  $q$  دو گزاره باشند، گزاره‌ی مرکب  $(p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow p)$  را به صورت  $p \Leftrightarrow q$  می‌نویسیم و آن را ترکیب دو شرطی  $p$  و  $q$  می‌نامیم. گزاره‌ی « $p \Leftrightarrow q$ » را به صورت‌های زیر می‌خوانیم:

$p$	$q$	$p \Leftrightarrow q$
د	د	<input type="radio"/>
د	ن	<input type="radio"/>
ن	د	<input type="radio"/>
ن	ن	<input type="radio"/>

\* نَبات  $\leftarrow$  دوستش داریم.

\* تَغییر  $\leftarrow$  دوستش نداریم.

**مثال:** جدول زیر را کامل کنید. (کتاب درسی)

ارزش $p \wedge q$	ارزش $p \vee q$	ارزش $q$	ارزش $p$	گزاره $q$	گزاره $p$
				ماه شهریور ۳۱ روز دارد	هفته هفت روز دارد
			ن	عدد ۷ مضرب ۵ نیست	.....
		ن		.....	۲ عدد اول است
		ن	ن	.....	.....
	د			.....	(-۷) اول است

**مثال:** با کامل کردن جدول ارزش‌ها، نشان دهید که گزاره‌های  $\sim(p \vee q)$  و  $(\sim p \wedge \sim q)$  هم‌ارز منطقی هستند. (کتاب درسی)

$p$	$q$	$p \vee q$	$\sim(p \vee q)$	$\sim p$	$\sim q$	$\sim(p \wedge \sim q)$
د	د	د	ن		ن	
د	ن	د	ن		د	
ن	د	د		د		ن
ن	ن	ن		د		د

**مثال:** با توجه به جدول ارزش گزاره‌ها نشان دهید که  $\sim(p \wedge q) \equiv \sim p \vee \sim q$ . (کتاب درسی)

$p$	$q$	$p \wedge q$	$\sim(p \wedge q)$	$\sim p$	$\sim q$	$\sim p \vee \sim q$

**مثال:** با پر کردن جاهای خالی در جدول زیر؛ نشان دهید که گزاره‌های  $p \Rightarrow q$  و  $p \vee q \sim$  هم ارز منطقی‌اند. (کتاب درسی)

p	q	$p \Rightarrow q$	$\sim p$	$\sim p \vee q$
د	د	د		
د	ن	ن		
ن	ن	د		
ن	د	د		

**مثال:** گزاره « $q \Rightarrow p$ » عکس ترکیب شرطی « $p \Rightarrow q$ » و گزاره « $\sim q \Rightarrow \sim p$ » عکس نقیض ترکیب شرطی  $p \Rightarrow q$  است. با توجه به جدول ارزش گزاره‌های زیر نشان دهید که  $(p \Rightarrow q) \equiv (\sim q \Rightarrow \sim p)$  یعنی، هر گزاره شرطی با عکس نقیض خود هم‌ارز است. (کتاب درسی)

p	q	$p \Rightarrow q$	$\sim q$	$\sim p$	$\sim p \Rightarrow \sim q$

**مثال:** با استفاده از جدول ارزش گزاره‌ها و با پر کردن جاهای خالی نشان دهید: (کتاب درسی)

(ب)  $(p \wedge q \Rightarrow p) \equiv T$

(الف)  $(p \Rightarrow p \vee q) \equiv T$

p	q	$p \wedge q$	$p \wedge q \Rightarrow p$
د	د		
د	ن		
ن	د		
ن	ن		

p	q	$p \vee q$	$p \Rightarrow p \vee q$
د	د		
د	ن		
ن	د		
ن	ن		

**مثال:** با پر کردن جاهای خالی، جدول ارزش گزاره مرکب « $p \Leftrightarrow q$ » را از جدول ارزش گزاره مرکب  $(p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow p)$  نتیجه بگیرید. (کتاب درسی)

p	q	$p \Rightarrow q$	$q \Rightarrow p$	$(p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow p)$
د	د			
د	ن			
ن	د			
ن	ن			

**مثال:** ارزش گزاره‌های مرکب زیر را تعیین کنید. (کتاب درسی)

(الف)  $(2 < 3) \wedge (4 + 3 = 10)$

(ب)  $(5 > 3) \vee (x^2 + 1 = 0)$

(پ)  $(\frac{1}{2} \neq \frac{3}{6}) \vee (1 \in \{2, 3, 4\})$

(ت) اگر عدد ۴ فرد باشد، آن گاه ۴ مربع کامل نیست.

(ث) در متوازی‌الاضلاع مفروض دو قطر با هم برابرند.

(ج) ۲ عدد اول نیست، اگر و تنها اگر ۲ مربع کامل است.

(چ)  $2 > 3 \Leftrightarrow -2 < -3$

(ح) اگر  $a \in \{b\}$  آن گاه  $a = b$  و برعکس.



**مثال:** جدول زیر را کامل کنید. (کتاب درسی)

ارزش $(p \wedge q)$	ارزش $(p \Rightarrow q)$	ارزش $q$	ارزش $p$	گزاره $q$	گزاره $p$
د					عدد ۲ زوج است.
	ن			$1 < 2$	
ن					$2 \in \{1, 2\}$
	د			عدد ۷ اول است.	

**مثال:** جدول ارزش‌های هر یک از گزاره‌های زیر را رسم کنید. (کتاب درسی)

الف)  $p \wedge \sim q$

ب)  $\sim p \wedge p$

پ)  $\sim p \vee p$

ت)  $(p \vee q) \wedge \sim p$

ث)  $(p \vee q) \Leftrightarrow q$

ج)  $\sim p \Leftrightarrow \sim q$

تحصیل باما

**مثال:** با استفاده از جدول ارزش‌ها نشان دهید که: (کتاب درسی)

$$p \Rightarrow p \equiv T \quad (\text{الف})$$

$$p \vee F \equiv p \quad (\text{ب})$$

$$p \wedge T \equiv p \quad (\text{پ})$$

$$\sim (p \Rightarrow q) \equiv p \wedge \sim q \quad (\text{ت})$$

$$p \wedge (q \vee p) \equiv p \quad (\text{ث})$$

$$p \vee (q \wedge p) \equiv p \quad (\text{ج})$$

$$p \Rightarrow (q \Rightarrow r) \equiv (p \wedge q) \Rightarrow r \quad (\text{چ})$$

$$\sim (p \Leftrightarrow q) \equiv \sim p \Leftrightarrow q \quad (\text{ح})$$



تحصیل باما

**تست:** اگر  $r$  یک گزاره‌ی درست باشد، تحت چه شرایطی گزاره‌ی  $(p \wedge r) \vee (q \wedge r)$  نادرست است؟

- (۱)  $p$  و  $q$  دو گزاره‌ی نادرست باشند.
- (۲)  $p$  درست و  $q$  نادرست باشد.
- (۳)  $p$  نادرست و  $q$  درست باشد.
- (۴) نشدنی

**تست:** اگر  $r$  یک گزاره‌ی درست باشد، تحت چه شرایطی گزاره‌ی  $(p \wedge r) \vee (q \vee r)$  نادرست است؟

- (۱)  $p$  و  $q$  دو گزاره‌ی درست باشند.
- (۲)  $p$  درست و  $q$  نادرست باشد.
- (۳)  $p$  نادرست و  $q$  درست باشد.
- (۴) نشدنی

**تست:** اگر گزاره‌ای درست و  $p$  و  $q$  دو گزاره‌ی دلخواه باشند، ارزش گزاره‌ی  $[(r \wedge p) \vee \sim p] \wedge q$  چگونه

است؟

- (۱) نادرست است.
- (۲) درست است.
- (۳) با  $p$  هم‌ارز است.
- (۴) با  $q$  هم‌ارز است.

**تست:** ارزش کدام‌یک از گزاره‌های زیر نادرست است؟

- (۱) اگر  $۶ = ۳^۲$  آن‌گاه ۲ اول است.
- (۲) اگر ۶ فرد باشد، آن‌گاه  $۳ > ۵$  است.
- (۳) اگر ۱۱ اول باشد آن‌گاه ۱۲ اول است.
- (۴) اگر  $۴^۲ = ۲^۴$  آن‌گاه  $۳^۲ > ۲^۳$  است.

تحصیل باما

**تست:** نقیض گزاره «اگر مسعود در کنکور رتبه زیر ۱۰۰ کسب کند، در رشته مهندسی برق دانشگاه تهران پذیرفته می‌شود.» هم ارز منطقی با کدام گزاره زیر است؟

- (۱) اگر مسعود در آزمون کنکور رتبه ۱۰۰ کسب نکند، آنگاه در رشته مهندسی برق دانشگاه تهران پذیرفته می‌شود.
- (۲) مسعود در آزمون کنکور رتبه زیر ۱۰۰ کسب نمی‌کند و در رشته مهندسی برق دانشگاه تهران پذیرفته می‌شود.
- (۳) مسعود در آزمون کنکور رتبه زیر ۱۰۰ کسب می‌کند و در رشته مهندسی برق دانشگاه تهران پذیرفته نمی‌شود.
- (۴) مسعود در آزمون کنکور رتبه زیر ۱۰۰ کسب می‌کند یا در رشته مهندسی برق دانشگاه تهران پذیرفته نمی‌شود.

**تست:** گزاره‌ی  $(p \wedge r) \Rightarrow (\sim p \vee \sim q)$ ، با کدام گزاره‌ی زیر هم‌ارزش است؟ (خارج ۹۸)

- (۱)  $p \vee (q \wedge r)$
- (۲)  $p \wedge (q \vee r)$
- (۳)  $r \Rightarrow (p \wedge q)$
- (۴)  $r \Rightarrow (p \vee q)$

**تست:** گزاره‌ی  $\sim (\sim p \Rightarrow q)$  با کدام گزاره هم‌ارزش است؟

- (۱)  $p \wedge \sim q$
- (۲)  $\sim p \wedge \sim q$
- (۳)  $\sim p \vee \sim q$
- (۴)  $p \vee \sim q$

**تست:** گزاره‌ی  $\sim (p \Rightarrow q)$ ، با کدام گزاره‌ی زیر هم‌ارزش است؟ (داخل ۹۸)

- (۱)  $\sim p \vee q$
- (۲)  $p \vee \sim q$
- (۳)  $\sim p \wedge q$
- (۴)  $p \wedge \sim q$

**تست:** اگر  $q$  نادرست باشد، ارزش چه تعداد از گزاره‌های زیر، همواره درست است؟

الف)  $q \Rightarrow \sim p$       ب)  $\sim q \vee q \Rightarrow \sim p$       ج)  $\sim q \wedge q \Rightarrow p$       د)  $\sim q \vee q \Rightarrow p$

(۱) صفر

(۲) ۱

(۳) ۲

(۴) ۳

**تست:** نقیض هر گزاره‌ی شرطی کدام است؟

(۱) ترکیب فصلی نقیض مقدم و تالی آن.

(۲) ترکیب عطفی مقدم و نقیض تالی آن.

(۳) ترکیب فصلی مقدم و نقیض تالی آن.

(۴) ترکیب عطفی نقیض مقدم و تالی آن.

**تست:** در گزاره  $x \Rightarrow [(p \vee q) \Rightarrow (\sim p \wedge q)]$  به جای  $x$  کدام گزاره قرار گیرد تا ارزش نقیض گزاره نادرست

باشد؟

(۱)  $p$

(۲)  $\sim p$

(۳)  $q$

(۴)  $\sim q$

**تست:** اگر  $p$  و  $q$  دو گزاره باشند، آنگاه نقیض گزاره  $p \Leftrightarrow [\sim p \wedge (p \Rightarrow q)]$  کدام است؟

(۱)  $p$

(۲)  $\sim p$

(۳) همواره درست

(۴) همواره نادرست

**تست:** ارزش نهایی  $[p \wedge (\sim q \Rightarrow \sim p)] \Rightarrow q$  کدام است؟ (آزمون سنجش)

(۱)  $\sim (p \vee q)$

(۲)  $\sim q$

(۳)  $\sim p$

(۴)  $T$

**تست:** اگر ارزش گزاره  $(p \Rightarrow q) \wedge r$   $\sim$  درست باشد، آنگاه ارزش چه تعداد از گزاره‌های زیر نادرست است؟

(پ)  $p \Rightarrow (q \wedge r)$

(ب)  $\sim (p \wedge q) \wedge r$

(الف)  $(p \Rightarrow q) \Rightarrow q$

(۱) ۳

(۲) ۲

(۳) ۱

(۴) صفر

**تست:** کدام گزاره زیر، هم‌ارز منطقی گزاره  $[ \sim p \wedge (\sim q \wedge r) ] \vee (q \wedge r) \vee (p \wedge r)$  است؟ (کنکور دی ۱۴۰۱)

(۱)  $q$

(۲)  $r$

(۳)  $r \vee p$

(۴)  $p \vee q$

تحصیل با ما

**تست:** اگر  $p$  و  $q$  دو گزاره باشند، آنگاه گزاره مرکب  $(p \Rightarrow q) \vee (p \wedge q) \sim$  ..... است.

(۱) هم‌ارز منطقی با  $p$  است.

(۲) هم‌ارز منطقی با  $q$  است.

(۳) همواره درست است.

(۴) همواره نادرست است.



**تست:** گزاره  $(p \Rightarrow q) \Rightarrow q$  هم‌ارز منطقی با کدام‌یک از گزاره‌های زیر است؟

(۱)  $p \wedge q$

(۲)  $p \vee q$

(۳)  $p \Rightarrow \sim q$

(۴)  $\sim p \Rightarrow \sim q$

**تست:** اگر  $p$  و  $q$  دو گزاره دلخواه باشند، گزاره  $p \Rightarrow [\sim (p \Rightarrow q) \vee (q \vee \sim p)]$  هم‌ارز با کدام‌یک از گزاره‌های

زیر است؟

(۱)  $T$

(۲)  $F$

(۳)  $p$

(۴)  $\sim p$

**تست:** ارزش گزاره  $[(p \vee q) \wedge (p \Rightarrow q)] \Rightarrow q$  کدام است؟

(۱) همواره درست

(۲) همواره نادرست

(۳) هم‌ارزش  $p$ (۴) هم‌ارزش  $q$ 

**تست:** کدام‌یک از گزاره‌های زیر هم‌ارز منطقی گزاره  $p \Leftrightarrow q$  است؟ (داخل ۹۹)

(۱)  $(p \wedge q) \vee \sim (p \vee q)$

(۲)  $(p \vee q) \vee \sim (p \wedge q)$

(۳)  $(p \wedge q) \wedge \sim (p \vee q)$

(۴)  $(p \vee q) \wedge \sim (p \wedge q)$

**تست:** گزاره ترکیبی  $q \sim \Leftrightarrow [(p \Rightarrow q) \wedge (q \vee p)]$ ، با کدام مورد هم‌ارزش است؟

F (۱)

T (۲)

 $p \vee q$  (۳) $p \wedge q$  (۴)

**تست:** کدام گزاره زیر، هم‌ارز منطقی گزاره  $q \Leftrightarrow (\sim p \vee q)$  است؟ (داخل ۱۴۰۱)

p (۱)

 $p \vee q$  (۲)

q (۳)

 $\sim p \Leftrightarrow q$  (۴)

**تست:** اگر P گزاره درست، q گزاره نادرست و r گزاره دلخواه باشد، گزاره  $(p \Rightarrow r) \Rightarrow (r \Rightarrow q)$  هم‌ارز

منطقی کدام گزاره است؟ (داخل ۱۴۰۳ - اردیبهشت)

r (۱)

T (۲)

 $\sim r$  (۳) $\sim T$  (۴)

**تست:** در خصوص گزاره منطقی  $((p \Rightarrow q) \wedge r) \Rightarrow (p \Rightarrow r)$ ، کدام مورد صحیح است؟ (داخل ۱۴۰۳ - تیرماه)

(۱) همواره درست است.

(۲) همواره نادرست است.

(۳) تنها وقتی درست است که p درست باشد.

(۴) تنها وقتی درست است که q نادرست باشد.