



فصل اول

دایره

تحصیل باما



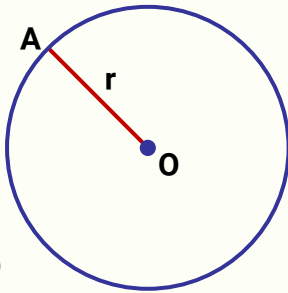
هندسه ۲

دایره

دایره، مکان هندسی نقاطی از یک صفحه است که فاصله آن‌ها از نقطه ثابتی در آن صفحه، مقداری ثابت باشد. نقطه ثابت مرکز دایره و مقدار ثابت شعاع دایره نامیده می‌شود.

به عبارت دیگر تمام نقاط روی دایره، از مرکز دایره به یک اندازه ثابت که همان شعاع دایره است قرار دارند.

معمولاً دایره C به مرکز O و شعاع r را به صورت $C(O,r)$ نمایش می‌دهیم.



(C)

چند تعریف ابتدایی

شعاع دایره: پاره‌خطی که یک سر آن مرکز دایره و سر دیگر آن نقطه‌ای روی دایره باشد.

وتر دایره: پاره‌خطی که دو سر آن روی دایره باشد.

قطر دایره: وتری از دایره که از مرکز دایره می‌گذرد.

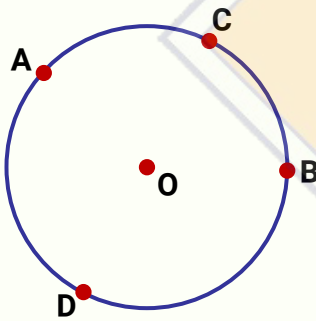
کمان: کمان دایره شامل دو نقطه روی دایره و تمام نقاط بین آن دو نقطه

است؛ به این ترتیب هر دو نقطه از دایره مانند A و B ، دو کمان AB را روی دایره مشخص می‌کنند. برای مشخص کردن آن‌ها می‌توان از نقطه‌ای دیگر روی

هر کمان استفاده کرد؛ مثلاً در شکل مقابل نقاط A و B دو کمان ACB و ADB

را مشخص می‌کنند. معمولاً منظور از AB کمان کوچک‌تر مشخص شده توسط A

و B است.



تست: در مربعی به ضلع ۱۲ واحد، دایره‌ای به مرکز یک رأس آن و شعاع ۱۳ واحد رسم می‌کنیم تا دو ضلع مربع

را قطع کند. فاصله دو نقطه تقاطع مربع و دایره از یکدیگر کدام است؟ (قلم چی مهر ۱۴۰۲)

۵ (۱)

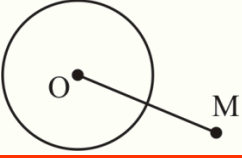
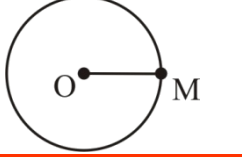
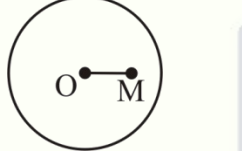
$5\sqrt{2}$ (۲)

۷ (۳)

$7\sqrt{2}$ (۴)

وضعیت نقطه و دایره

نقطه M و دایره C مفروض اند وضعیت این نقطه و دایره به شرح زیر دسته بندی می شود:

	$OM > R$	M بیرون دایره	۱
	$OM = R$	M روی دایره	۲
	$OM < R$	M درون دایره	۳

مثال: دایره $C(0,5)$ به مرکز $O(1,2)$ مفروض است. وضعیت نقطه $A(3,5)$ را نسبت به دایره C تعیین کنید.

مثال: اگر فاصله نقطه M تا مرکز دایره $C(O,R)$ ریشه معادله $(x-2R)^2 - (x-R)^2 = 0$ باشد، آن گاه وضعیت نقطه M را نسبت به دایره تعیین کنید.

تست: اگر فاصله نقطه‌ای از مرکز دایره‌ای به شعاع ۶ برابر با $3m-1$ و این نقطه درون دایره باشد، محدوده m را تعیین کنید؟

$$(1) \quad \frac{1}{7} < m < \frac{3}{7}$$

$$(2) \quad \frac{1}{3} < m < \frac{3}{7}$$

$$(3) \quad \frac{2}{7} < m < \frac{4}{7}$$

$$(4) \quad \frac{4}{5} < m < \frac{3}{7}$$

تست: فاصله نقطه A از مرکز دایره‌ای به شعاع ۸ برابر $4 - 2k$ است. اگر نقطه A درون دایره باشد، آنگاه k کدام عدد نمی‌تواند باشد؟ (نوبت دوم مهر ۱۴۰۲)

- (۱) ۳
(۲) ۴
(۳) ۵
(۴) ۶

کمترین و بیشترین فاصله نقطه از دایره

مثال: دورترین و نزدیکترین فاصله نقاط یک دایره از یک نقطه ثابت خارج از آن، به ترتیب ۱۹ و ۹ می‌باشد. شعاع دایره و فاصله نقطه تا مرکز دایره را بیابید.

تست: از نقطه M واقع در خارج دایره‌ای به شعاع ۴، دو مماس MA و MB بر دایره رسم شده است. اگر فاصله نقطه M تا نزدیکترین نقاط دایره $4(\sqrt{2} - 1)$ باشد، فاصله مرکز دایره از وتر AB کدام است؟

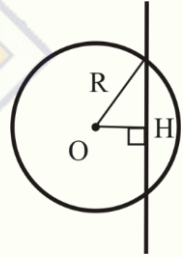
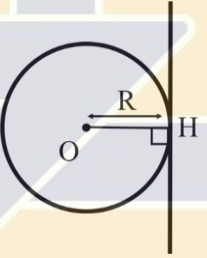
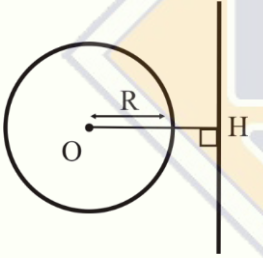
- (۱) $\sqrt{2}$
(۲) ۳
(۳) $2\sqrt{2}$
(۴) ۲

تست: از نقطه M واقع در خارج دایره $C(O, 8)$ ، مماسی به طول ۱۵ بر این دایره رسم شده است. کمترین فاصله M از نقاط واقع بر دایره C کدام است؟ (قلم چی آذر ۱۴۰۲)

- (۱) ۵
- (۲) ۷
- (۳) ۹
- (۴) ۱۰

وضعیت خط و دایره

خط و دایره نسبت به هم یکی از ۳ وضعیت زیر را دارند:

خط و دایره در دو نقطه متقاطعند	خط و دایره در یک نقطه مماس اند	خط و دایره نقطه اشتراکی ندارند
 <p>$OH < R$</p>	 <p>$OH = R$</p>	 <p>$OH > R$</p>

بنابراین برای تعیین وضعیت دایره و یک خط کافیست فاصله مرکز دایره تا خط مورد نظر را مشخص کرده و با مقایسه این فاصله و شعاع وضعیت را مشخص می‌کنیم.

مثال: $d: x + 2y + 3 = 0$ و دایره $C(O, 5)$ به مرکز $O(0, 1)$ مفروض می‌باشند. وضعیت خط نسبت به دایره چگونه است؟

تحصیل باما

تست: فاصله مرکز دایره $C(O, R)$ از خط d ، ریشه معادله $۴x^2 + ۵Rx - ۶R^2 = ۰$ است. خط و دایره چگونه‌اند؟

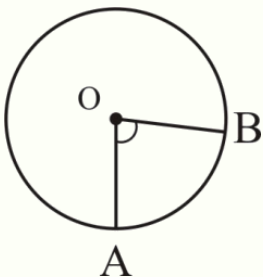
- (۱) خط بر دایره مماس است.
- (۲) خط و دایره متقاطع‌اند.
- (۳) خط و دایره نقطه اشتراکی ندارند.
- (۴) اطلاعات مسئله برای تعیین وضعیت خط و دایره کافی نیست.

تست: خط $d: ۲\sqrt{2}x + y + c = ۰$ و دایره C به شعاع ۳ و مرکز $O(۰, ۴)$ مفروض است. مقادیر c را در حالتی که خط و دایره بر هم مماس‌اند، کدام است؟

- (۱) $۴, -۱۲$
- (۲) $۵, -۱۳$
- (۳) $۱۲, -۴$
- (۴) $۱۳, -۵$

زاویه در دایره

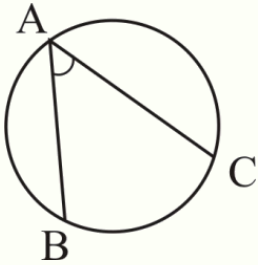
زاویه مرکزی: زاویه‌ای است که رأس آن روی مرکز دایره و اضلاع آن شعاع‌هایی از دایره است. اندازه زاویه مرکزی برابر کمان مقابلش است.



زاویه محاطی: زاویه‌ای است که رأس آن روی محیط دایره و اضلاع آن وترهایی از دایره است. اندازه‌ی

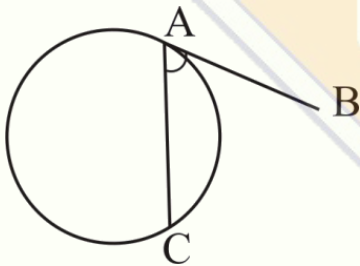
$$\hat{A} = \frac{BC}{2}$$

زاویه‌ی محاطی نصف کمان مقابلش است.



زاویه ظلی: زاویه‌ای است که رأس آن روی محیط دایره، یک ضلع آن وتر دایره و ضلع دیگرش بر دایره مماس است. اندازه زاویه ظلی نصف کمان مقابلش است.

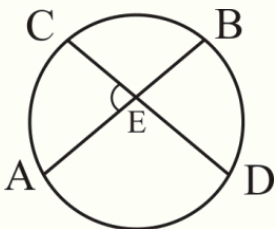
$$\hat{A} = \frac{AC}{2}$$



زاویه حاصل از برخورد دو وتر در دایره: زاویه‌ی بین دو وتری که در داخل دایره متقاطع‌اند مساوی

$$E_1 = \frac{BD + AC}{2}$$

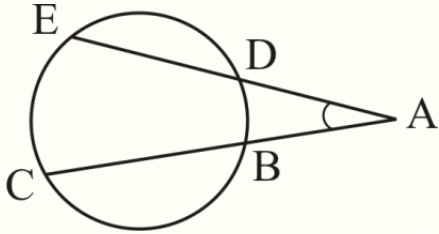
نصف مجموع دو کمان مقابلش است.



زاویه حاصل از برخورد دو وتر خارج از دایره: زاویه‌ی بین دو وتر که در خارج دایره متقاطعند

$$\hat{A} = \frac{CE - BD}{2}$$

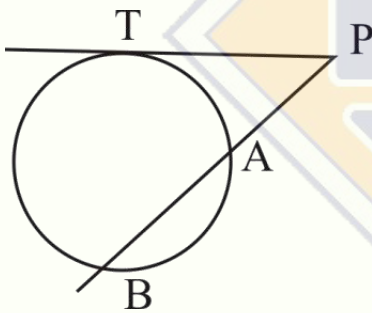
مساوی نصف تفاضل دو کمانی است که به اضلاع زاویه محدوداند.



زاویه بین خط قاطع و مماس بر دایره: زاویه بین یک قاطع و یک مماس در یک دایره برابر است

$$\hat{P} = \frac{TB - TA}{2}$$

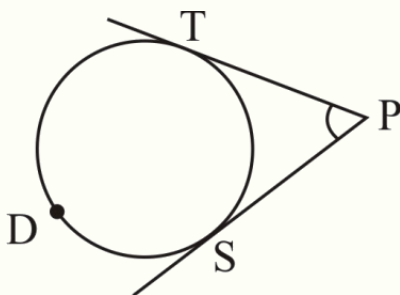
با نصف تفاضل کمان‌های محصور به دو ضلع زاویه.



زاویه حاصل از دو مماس: زاویه بین دو مماس برابر است با نصف تفاضل کمان‌های محصور به دو

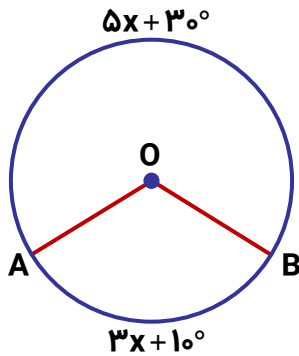
$$P = \frac{TDS - TS}{2}$$

ضلع زاویه.

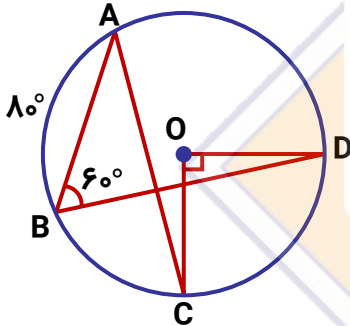


تحصیل باما

مثال: در شکل مقابل، O مرکز دایره است. اندازه دو کمان AB بر حسب x مشخص شده است. اندازه زاویه مرکزی AOB را به دست آورید.

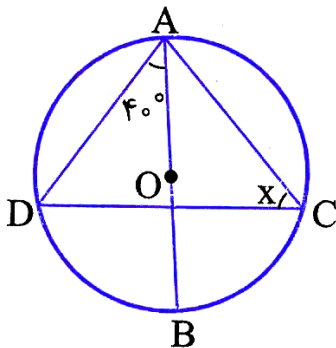


تست: در شکل مقابل، $AB = 80^\circ$ و $\hat{B} = 60^\circ$ است. اندازه \hat{A} کدام است؟



- (۱) 25°
- (۲) 30°
- (۳) 35°
- (۴) 20°

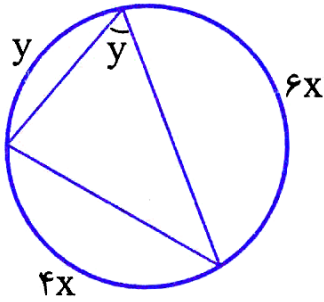
تست: در شکل مقابل مقدار x چه قدر است؟



- (۱) 50°
- (۲) 60°
- (۳) 70°
- (۴) 80°

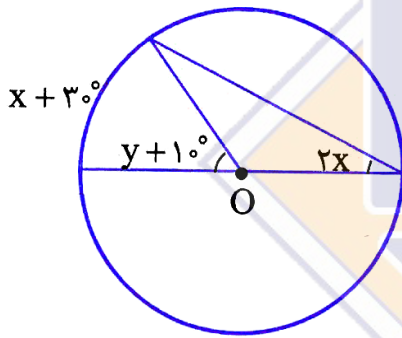
تحصیل باما

تست: در شکل مقابل $x + y$ کدام است؟



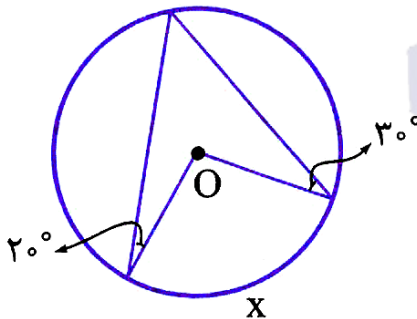
- ۵۰° (۱)
- ۱۰۰° (۲)
- ۸۰° (۳)
- ۹۰° (۴)

تست: در شکل مقابل O مرکز دایره است. مقدار $x + y$ چه قدر است؟



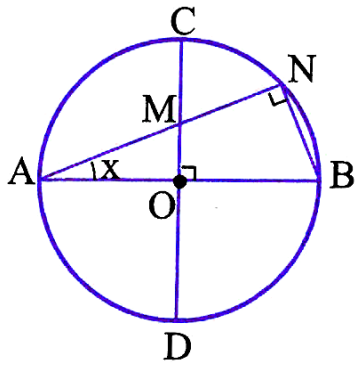
- ۱۰° (۱)
- ۲۰° (۲)
- ۳۰° (۳)
- ۴۰° (۴)

تست: در شکل مقابل x کدام است؟



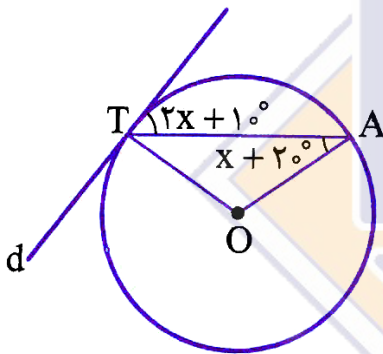
- ۵۰° (۱)
- ۱۰۰° (۲)
- ۸۰° (۳)
- ۹۰° (۴)

تست: در شکل مقابل دو قطر AB و CD برهم عمودند. اگر $NM = NB$ باشد، مقدار x کدام است؟



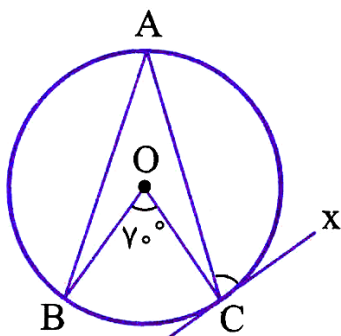
- (۱) 30°
- (۲) $22/5^\circ$
- (۳) 15°
- (۴) 25°

تست: در شکل مقابل خط d بر دایره مماس است. مقدار x چه قدر است؟



- (۱) 20°
- (۲) 25°
- (۳) 30°
- (۴) 35°

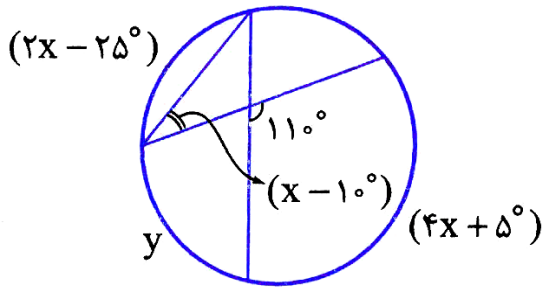
تست: در شکل مقابل، $AB = AC$ و $\hat{B}OC = 70^\circ$ است. زاویه ظلّی ACx چند درجه است؟



- (۱) $62/5^\circ$
- (۲) 65°
- (۳) $67/5^\circ$
- (۴) $72/5^\circ$

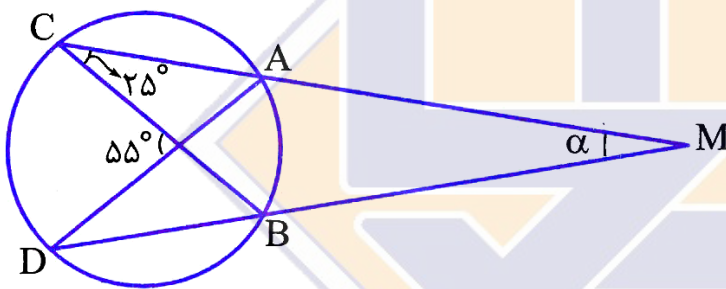
تحصیل باما

تست: با توجه به شکل مقابل، مقدار $y - x$ کدام است؟



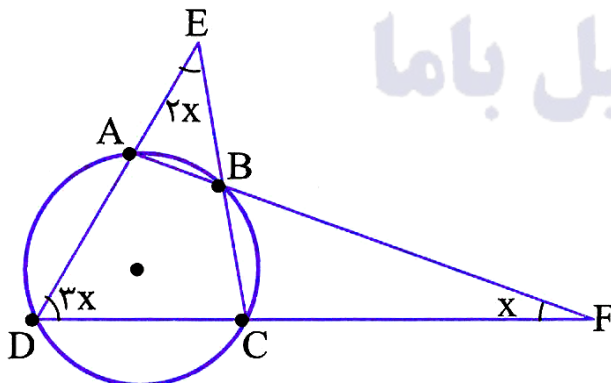
- ۲۰° (۱)
- ۳۰° (۲)
- ۴۰° (۳)
- ۵۰° (۴)

تست: در شکل مقابل، اندازه α چند درجه است؟



- ۵° (۱)
- ۱۰° (۲)
- ۱۵° (۳)
- ۲۰° (۴)

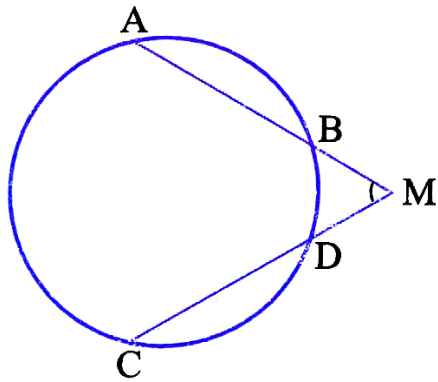
تست: در شکل مقابل، x چند درجه است؟



- ۱۵° (۱)
- ۲۰° (۲)
- ۲۵° (۳)
- ۳۰° (۴)

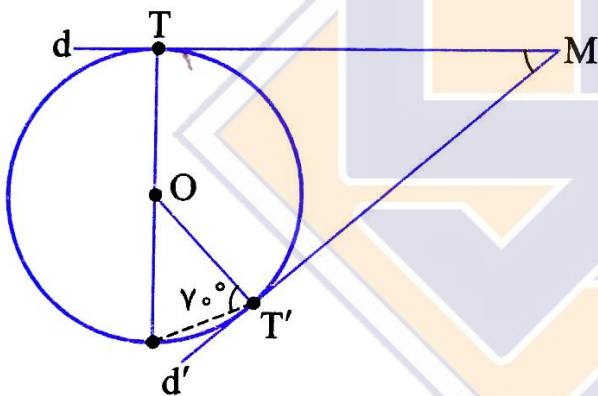
تحصیل باما

تست: در شکل روبه‌رو، $AB = CD$ است. هرگاه $\hat{M} = 60^\circ$ باشد اندازه کمان ACD چه قدر است؟



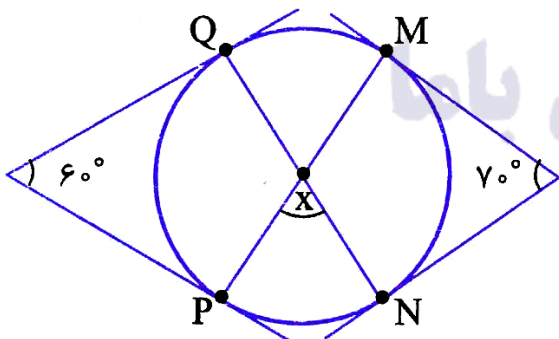
- (۱) 22°
- (۲) 24°
- (۳) 26°
- (۴) 28°

تست: در شکل مقابل O مرکز دایره و خطوط d و d' مماس بر دایره هستند. مقدار زاویه M کدام است؟



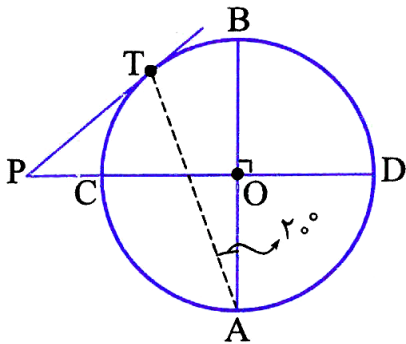
- (۱) 40°
- (۲) 50°
- (۳) 60°
- (۴) 70°

تست: در شکل مقابل x چند درجه است؟



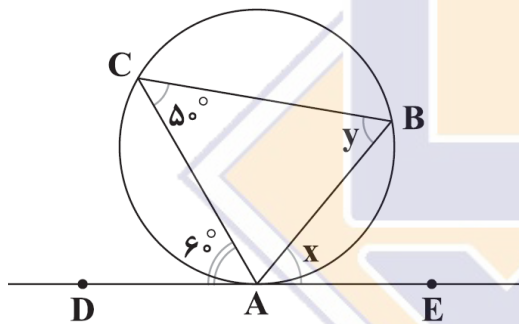
- (۱) 60°
- (۲) 65°
- (۳) 70°
- (۴) 75°

تست: در شکل مقابل $\hat{A} = 20^\circ$ و PT بر دایره مماس است. زاویه P چند درجه است؟



- ۲۰° (۱)
- ۳۰° (۲)
- ۴۰° (۳)
- ۵۰° (۴)

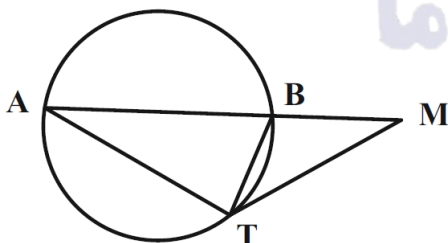
تست: با توجه به شکل، اگر DE در نقطه A بر دایره مماس و $\hat{C} = 50^\circ$ و $\hat{CAD} = 60^\circ$ باشد، آن گاه $x + y$ کدام



است؟ (گاج ۲ دی ۱۴۰۱)

- ۱۰۵° (۱)
- ۹۵° (۲)
- ۱۰۰° (۳)
- ۱۱۰° (۴)

تست: در شکل زیر MT در نقطه T بر دایره مماس است. اگر $BM = BT$ و $AB = AT$ باشد، اندازه زاویه M

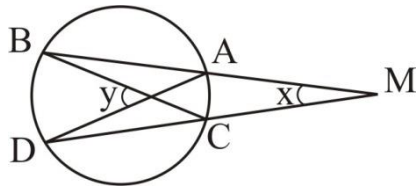


کدام است؟ (فلمچی ۲۲ مهر ۱۴۰۱)

- ۳۰° (۱)
- ۳۲° (۲)
- ۳۴° (۳)
- ۳۶° (۴)

تحصیل باما

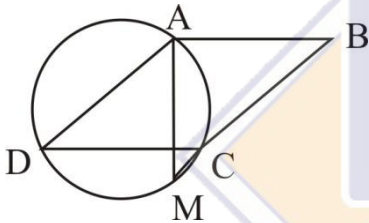
تست: در شکل روبرو $y - x$ چند درجه است؟ ($\widehat{BD} = 16^\circ$, $\widehat{AC} = 40^\circ$)



- (۱) ۳۰
- (۲) ۴۰
- (۳) ۴۵
- (۴) ۵۰

تست: در متوازی الاضلاع ABCD دایره محیطی مثلث ACD امتداد ضلع BC را در نقطه M قطع کرده است.

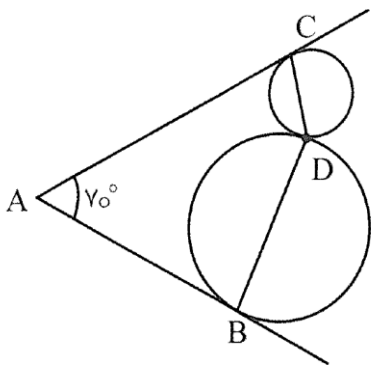
مثلث ABM کدام نوع است؟



- (۱) متشابه ACD
- (۲) متساوی الساقین
- (۳) متساوی الاضلاع
- (۴) قائم الزاویه

تست: در شکل زیر، دو دایره در نقطه D مماس بوده و مماس‌های رسم شده در نقاط B و C یکدیگر را در

نقطه A قطع کرده‌اند. اندازه \widehat{BDC} چند درجه است؟ (سنجش ۱۴۰۲/۱/۲۵)

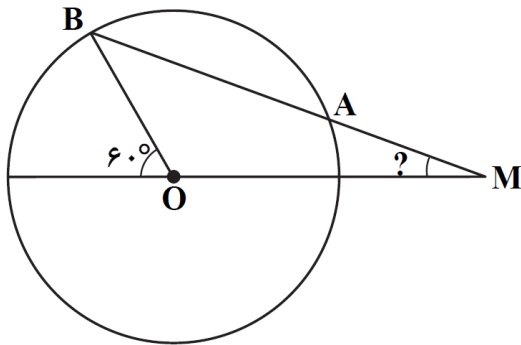


- (۱) ۱۲۰
- (۲) ۱۳۰
- (۳) ۱۳۵
- (۴) ۱۴۵

تحصیل باما

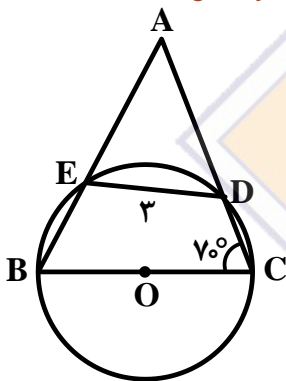
تست: در دایره $C(O, R)$ در شکل روبه‌رو داریم $AM = R$. اگر BO با قطر دایره زاویه 60° بسازد. اندازه

زاویه M چند درجه است؟ (گزینه‌دو آبان ۱۴۰۱)



- (۱) ۱۵
- (۲) ۳۰
- (۳) ۴۵
- (۴) ۲۰

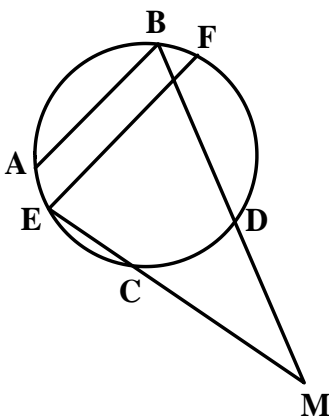
تست: در شکل زیر شعاع دایره ۳ واحد است. اندازه کمان EDC به درجه، کدام است؟ (گنکور داخل ۱۴۰۰)



- (۱) ۸۰
- (۲) ۹۰
- (۳) ۱۰۰
- (۴) ۱۲۰

تست: در شکل زیر $AB \parallel EF$ ، و اندازه کمان‌های $AE = 15^\circ$ ، $EC = 80^\circ$ ، $FD = 100^\circ$ است. اگر $\hat{BME} = 20^\circ$

باشد، اندازه زاویه \hat{ABD} چند درجه است؟ (گنکور داخل ۱۴۰۱)



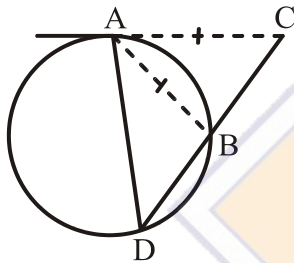
- (۱) ۷۱/۲۵
- (۲) ۷۴
- (۳) ۷۵
- (۴) ۷۸/۷۵

تست: یک پنج ضلعی در یک دایره محاط شده است. هر ضلع این پنج ضلعی، و ترو به یک زاویه محاطی است.

مجموع این زوایای محاطی کدام است؟ (کنکور داخل ۱۴۰۲)

- (۱) ۵۴۰
- (۲) ۱۸۰
- (۳) ۷۲۰
- (۴) ۳۶۰

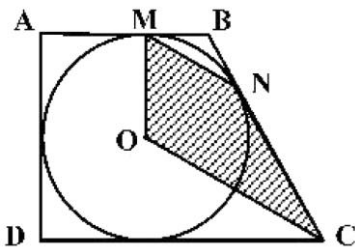
تست: در شکل زیر، اندازه قطعه مماس AC ، برابر وتر AB است. الزاماً کدام برابری درست است؟ (کنکور داخل ۹۹)



- (۱) $BC = BA$
- (۲) $BD = AC$
- (۳) $BC = BD$
- (۴) $DA = DC$

تست: مطابق شکل زیر دوزنقه قائم الزویه $ABCD$ بر دایره‌ای به شعاع ۳، محیط شده است. اگر

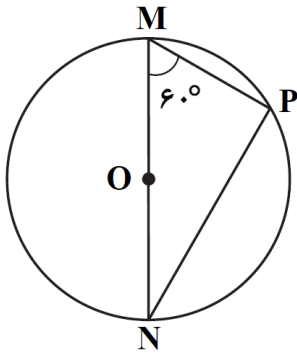
زاویه $\angle MBN = 120^\circ$ باشد، مساحت چهارضلعی $OMNC$ ، کدام است؟ (کنکور داخل ۱۴۰۰)



- (۱) $\frac{27\sqrt{3}}{4}$
- (۲) $\frac{9\sqrt{3}}{2}$
- (۳) $\frac{27\sqrt{3}}{2}$
- (۴) $9\sqrt{3}$

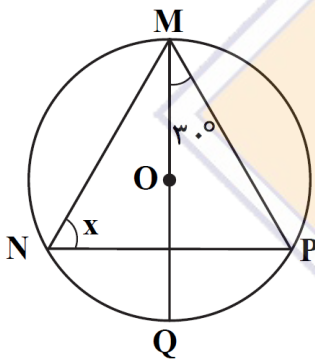
تحصیل باما

تست: در دایره $C(O, \sqrt{2})$ شکل روبه‌رو، طول وتر PN چقدر است؟ (گزینه‌دوم مهر ۱۴۰۲)



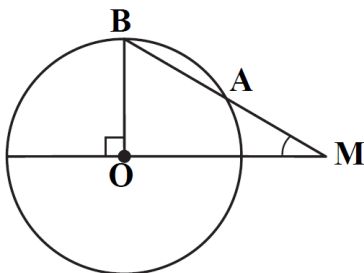
- (۱) $2\sqrt{3}$
- (۲) $3\sqrt{2}$
- (۳) ۳
- (۴) ۴

تست: در شکل روبه‌رو، O مرکز دایره است. مقدار x کدام است؟ (گزینه‌دوم مهر ۱۴۰۲)



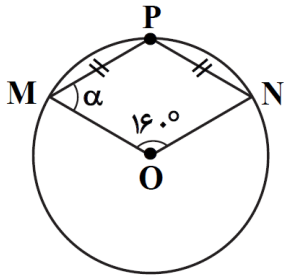
- (۱) 80°
- (۲) 60°
- (۳) 50°
- (۴) 40°

تست: نقطه M خارج از دایره $C(O, R)$ طوری قرار دارد که $MA = R$. اگر زاویه O قائمه باشد، اندازه زاویه M کدام است؟ (گزینه‌دوم مهر ۱۴۰۲)



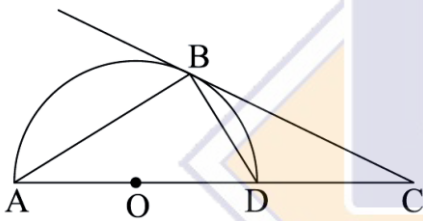
- (۱) 15°
- (۲) $22/5^\circ$
- (۳) 30°
- (۴) 45°

تست: در شکل روبه‌رو، اگر O مرکز دایره باشد و $PM = PN$ ، اندازه زاویه α چقدر است؟ (کنزینه دومهر ۱۴۰۲)



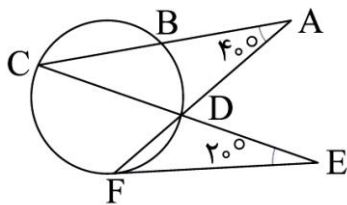
- (۱) 5°
- (۲) 6°
- (۳) 7°
- (۴) 8°

تست: در نیم‌دایره زیر، O مرکز و $BD = DC$ است. اندازه زاویه BOA چند درجه است؟ (مدارس پرتراپان ۱۴۰۲)



- (۱) 12°
- (۲) 10°
- (۳) 13°
- (۴) 11°

تست: در شکل زیر، وتر BC و شعاع دایره برابرد و EF بر دایره مماس است. زاویه \hat{ACD} چند برابر \hat{EFD} است؟ (مدارس پرتراپان ۱۴۰۲)

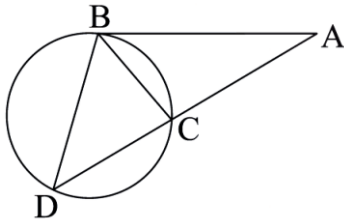


است؟ (مدارس پرتراپان ۱۴۰۲)

- (۱) $\frac{2}{5}$
- (۲) $\frac{4}{5}$
- (۳) $\frac{2}{3}$
- (۴) $\frac{4}{3}$

تحصیل باما

تست: در شکل زیر AB بر دایره مماس است. کدام گزاره درست است؟ (مدارس پرتراپان ۱۴۰۲)



$$\triangle ABC \sim \triangle BCD \quad (1)$$

$$\triangle ABC \sim \triangle ABD \quad (2)$$

$$\triangle BCD \sim \triangle ABD \quad (3)$$

$$\triangle ABC \sim \triangle BCD \sim \triangle ABD \quad (4)$$

تست: در یک دایره وتر AB برابر شعاع دایره است. اگر خط d مماس رسم شده در نقطه A بر دایره باشد، زاویه

بین d و AB چند درجه است؟ (قلم چی مهر ۱۴۰۲)

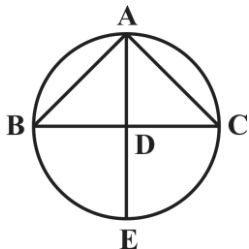
$$30 \quad (1)$$

$$45 \quad (2)$$

$$60 \quad (3)$$

$$90 \quad (4)$$

تست: در شکل مقابل AD نیمساز زاویه A است. حاصل $AB \cdot AC$ کدام است؟ (قلم چی مهر ۱۴۰۲)



$$CD \cdot CB \quad (1)$$

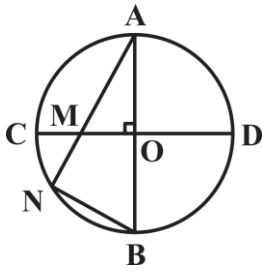
$$BD \cdot BC \quad (2)$$

$$AB \cdot BE \quad (3)$$

$$AD \cdot AE \quad (4)$$

تست: در شکل زیر دو قطر AB و CD برهم عمودند و $MN = NB$ است. اندازه زاویه \hat{A} چند درجه

است؟ (قلم چی مهر ۱۴۰۲)



(۱) ۱۵

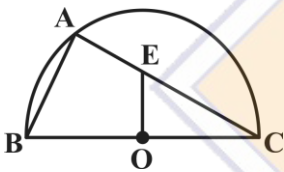
(۲) ۲۰

(۳) ۲۲/۵

(۴) ۳۰

تست: در شکل مقابل، O مرکز نیم‌دایره‌ای به شعاع $۶/۵$ است. اگر $AB = ۵$ و $AE = ۳$ باشد، طول

پاره خط OE کدام است؟ (قلم چی مهر ۱۴۰۲)



(۱) $\sqrt{۳}$

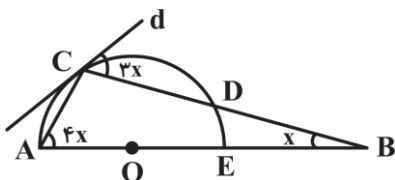
(۲) $\frac{\sqrt{۶۱}}{۲}$

(۳) $۲\sqrt{۳}$

(۴) $\sqrt{۱۰}$

تست: در شکل زیر O مرکز نیم‌دایره است. اگر خط d مماس بر این نیم‌دایره باشد، مقدار x کدام

است؟ (قلم چی آبان ۱۴۰۲)



(۱) ۱۰°

(۲) ۱۲°

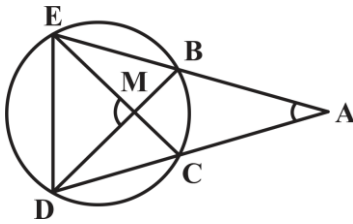
(۳) ۱۵°

(۴) ۱۸°

تحصیل باما

تست: در شکل زیر $\hat{A} = 27^\circ$ و $\hat{DME} = 97^\circ$ است. اگر طول وتر CD برابر شعاع دایره باشد، اندازه

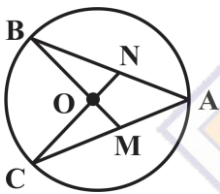
زاویه \hat{CDE} چند درجه است؟ (قلم چی آبان ۱۴۰۲)



- (۱) ۸۲
- (۲) ۸۴
- (۳) ۸۶
- (۴) ۸۸

تست: در شکل زیر $\hat{A} = 36^\circ$ و BM و CN در مرکز دایره متقاطع اند. اگر $OM = ON$ باشد، اندازه زاویه \hat{B}

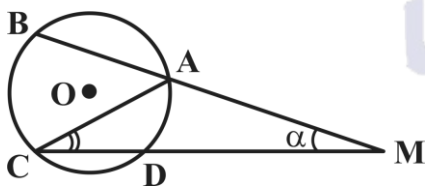
چند درجه است؟ (قلم چی آبان ۱۴۰۲)



- (۱) ۱۸
- (۲) ۲۰
- (۳) ۲۴
- (۴) ۲۷

تست: در شکل زیر، کمان‌های AB و BC و CD با یکدیگر مساوی هستند. اندازه زاویه \hat{ACD} برابر کدام

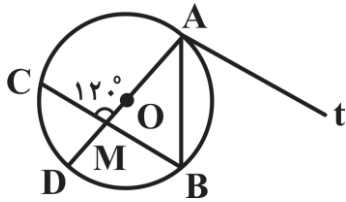
است؟ ($\hat{M} = \alpha$) (قلم چی آذر ۱۴۰۲)



- (۱) $45^\circ - \frac{3}{4}\alpha$
- (۲) $45^\circ - \frac{2}{3}\alpha$
- (۳) $60^\circ - \frac{2}{3}\alpha$
- (۴) $60^\circ - \frac{3}{4}\alpha$

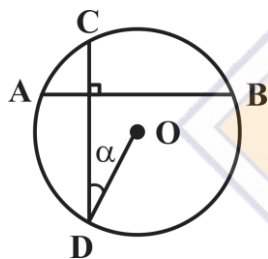
تحصیل باما

تست: در شکل زیر نیم خط At در نقطه A بر دایره مماس است. اگر اندازه کمان AB دو برابر اندازه کمان CD باشد، اندازه زاویه \hat{ABC} چند درجه است؟ (O مرکز دایره است) (قلم چی آذر ۱۴۰۲)



- (۱) ۶۰
- (۲) ۶۵
- (۳) ۷۰
- (۴) ۷۵

تست: در شکل زیر، دو وتر AB و CD از دایره $C(O, R)$ برهم عمودند. اگر $\hat{ODC} = \alpha$ ، آنگاه

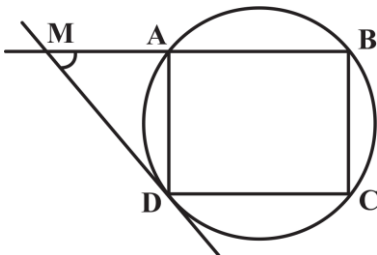


حاصل $BC - AC$ کدام است؟ (قلم چی آذر ۱۴۰۲)

- (۱) α
- (۲) 2α
- (۳) 3α
- (۴) 4α

تست: مستطیل $ABCD$ را درون دایره‌ای محاط کرده‌ایم. از نقطه D مماسی بر دایره رسم می‌کنیم. تا امتداد ضلع

AB را در M قطع کند، اگر $\hat{DMA} = 70^\circ$ باشد، اندازه زاویه بین دو قطر مستطیل چقدر است؟ (قلم چی بهمن ۱۴۰۲)



- (۱) 110°
- (۲) 125°
- (۳) 140°
- (۴) 150°

تست: در ۱۰ ضلعی منتظم $ABCDEFGHIJ$ ، زاویه بین امتداد قطرهای AH و GE چقدر

است؟ (قلم چی پهمن ۱۴۰۲)

(۱) 72°

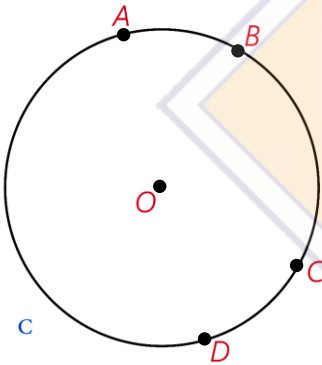
(۲) 54°

(۳) 36°

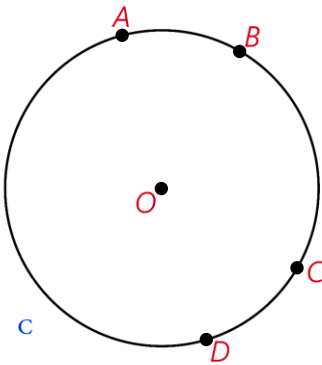
(۴) 27°

حالا بریم سراغ اثباتی‌های فعالیت‌ها و تمرینات کتاب درسی

مثال: فرض کنید اندازه‌های کمان‌های AB و CD از دایره $C(O,r)$ باهم برابرند. با تشکیل مثلث‌های AOB و COD نشان دهید وترهای AB و CD نیز باهم برابرند.

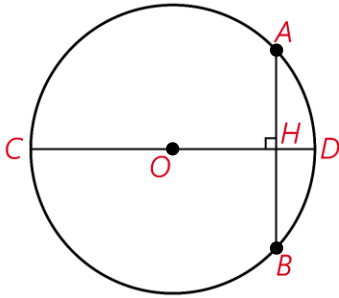


مثال: فرض کنید دو وتر AB و CD از یک دایره باهم برابرند. ثابت کنید اندازه‌های کمان‌های AB و CD نیز باهم برابرند.

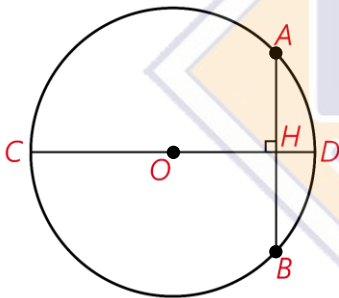


تحصیل باما

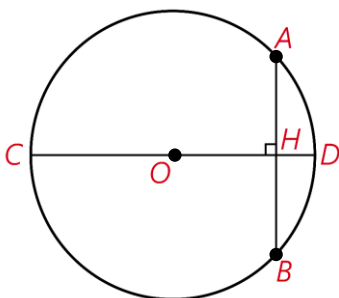
مثال: وتر AB و قطری از دایره، که وتر AB عمود است، مانند شکل مقابل داده شده است. با تشکیل مثلث‌های AOH و BOH ثابت کنید قطر CD وتر AB و کمان AB را نصف می‌کند. (نهایی خرداد ۱۴۰۳)



مثال: این بار فرض کنید قطر CD وتر AB را نصف کرده است و نشان دهید CD بر AB عمود است و کمان AB را نصف می‌کند.



مثال: حال فرض کنید قطر CD کمان AB را نصف کرده است. نشان دهید CD بر AB عمود است و آن را نصف می‌کند.

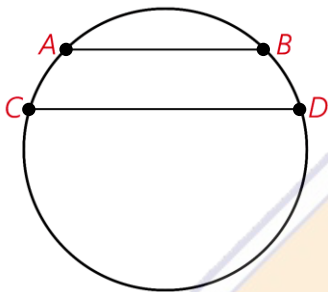


تحصیل باما

مثال: اگر نقاط وسط وتر AB و کمان AB را داشته باشیم، چگونه می‌توانیم قطر عمود بر وتر AB را رسم کنیم؟

مثال: در شکل مقابل وترهای AB و CD موازی هستند.

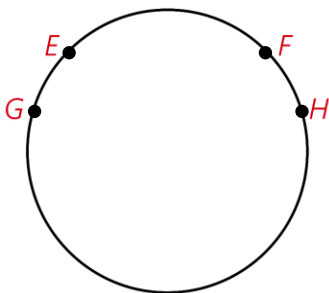
الف) از A به D وصل کنید. زوایای BAD و ADC نسبت به هم چگونه‌اند؟ چرا؟



ب) کمان‌های BD و AC نسبت به هم چگونه‌اند؟ چرا؟

مثال: در شکل مقابل کمان‌های EG و FH هم‌اندازه‌اند.

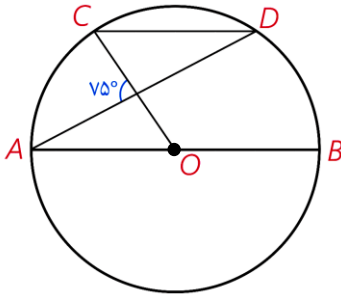
الف) وترهای EF و GH و پاره‌خط EH را رسم کنید.



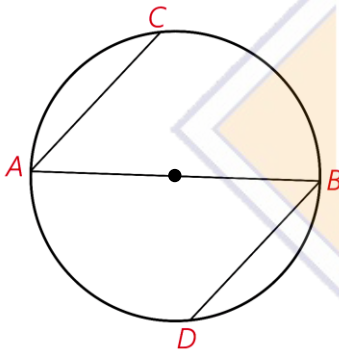
ب) زوایای FEH و EHG نسبت به هم چگونه‌اند؟ چرا؟

ب) وترهای EF و GH نسبت به هم چگونه‌اند؟ چرا؟

مثال: در دایره رسم شده شکل مقابل $CD \parallel AB$ ، اندازه کمان CD را به دست آورید.

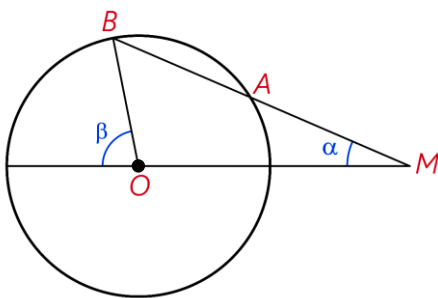


مثال: در شکل مقابل، AB قطری از دایره است و وترهای AC و BD موازی اند. ثابت کنید: $AC = BD$



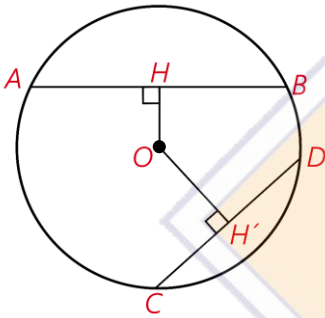
مثال: دایره $C(O, R)$ مفروض است. از نقطه M در خارج دایره خطی چنان رسم کرده ایم که دایره را در دو

نقطه A و B قطع کرده است و $MA = R$ ؛ نشان دهید: $\beta = 3\alpha$



مثال: در دایره $C(O, R)$ ، $AB = 60^\circ$ و $AB = 10$ فاصله O از وتر AB را به دست آورید.

مثال: در دایره $C(O, R)$ نشان دهید $AB > CD$ اگر و تنها اگر $OH < OH'$ و OH و OH' فاصله O از دو وتر AB و CD هستند. (راهنمایی: از O به B و C وصل، و از قضیه فیثاغورس استفاده کنید.)



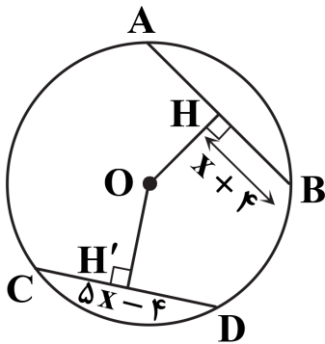
تست: در دایره‌ای به شعاع ۵، فاصله وتر AB از مرکز دایره برابر ۳ است. طول وتر AB کدام

است؟ (گزینه دوم مهر ۱۴۰۲)

- (۱) ۶
- (۲) ۸
- (۳) ۳
- (۴) ۴

تحصیل باما

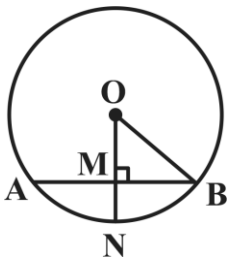
تست: در شکل روبه‌رو داریم $OH = OH'$. مقدار x کدام است؟ (گزینه دوم مهر ۱۴۰۲)



- (۱) ۴/۵
- (۲) ۳/۵
- (۳) ۳
- (۴) ۴

تست: در شکل زیر $\angle A = 60^\circ$ ، $AB = 8$ و $OM \perp AB$ است. فاصله نقطه M از شعاع OB کدام

است؟ (قلم چی مهر ۱۴۰۲)



- (۱) ۲
- (۲) $2\sqrt{3}$
- (۳) ۴
- (۴) $4\sqrt{3}$

تحصیل باما