

مجموعه های اعداد معروف

توضیح	اعضای مجموعه	نماد	مجموعه ای اعداد
همان اعداد شمارشی هستند...	$\{1, 2, 3, 4, \dots\}$	\mathbb{N}	طبیعی
به اعداد طبیعی، صفر را هم اضافه کن...	$\{0, 1, 2, 3, 4, \dots\}$	\mathbb{W}	حسابی
به اعداد طبیعی، قرینه ی همه آن ها و صفر را اضافه کن...	$\{\dots, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, \dots\}$	\mathbb{Z}	صحیح
تمام اعدادی که به فرم کسری با صورت و مخرج صحیح، قابل نوشتن باشند و مخرج صفر نباشد!	$\{\frac{a}{b} a, b \in \mathbb{Z}, b \neq 0\}$	\mathbb{Q}	گویا
اعدادی که گویا نباشند، گنگ اند، این ها رادیکالی ها و اعداد اعشاری بدون دوره ی گردش اند و البته بی پایان، مثل $\sqrt{3}$ و π و...	$\mathbb{Q}' = \{x x \notin \mathbb{Q}\}$	\mathbb{Q}'	گنگ
هر عددی که می شناسیم! اعداد گویا و گنگ با هم...	$\mathbb{R} = \mathbb{Q} \cup \mathbb{Q}'$	\mathbb{R}	مجموعه ای اعداد حقیقی

☆ واضح است که:

$$\mathbb{N} \subseteq \mathbb{W} \subseteq \mathbb{Z} \subseteq \mathbb{Q} \subseteq \mathbb{R}, \quad \mathbb{Q}' \subseteq \mathbb{R}$$

نمودار شو



بکش



زنگ ادبیات

۱) $\in = \Rightarrow \square \in \square$

یادآوری:

مجموعه سازی:

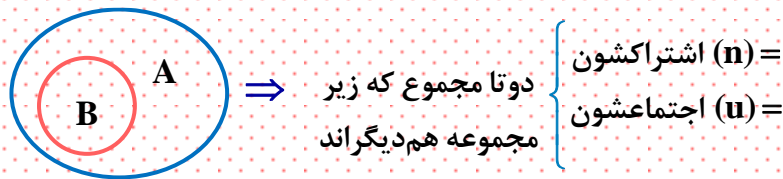
۲) $\subseteq = \Rightarrow \square \subseteq \square$

۳) $\phi = = \Rightarrow$ حواسم باشه \Rightarrow

خطر مهم:

۴) $U = \quad \cap =$

تذکر مهم:



۵) $Z^- = \quad R^+ =$

() یعنی () یعنی



مثال ۲) اعضوها و زیرمجموعه‌های مجموعه B را مشخص کنید.

$$B = \{\{a\}, \{b,c,d\}, \{\phi\}\}$$

نکته اساسی:

مثال ۳) چند مورد از عبارتهای زیر غلط است؟

۱) $\{\{\}\} = \phi$

۲) $\{\phi\} = \text{تهی}$

۳) $N \cup W = W$

۴) $Z^+ \cup Z^- = Z$

۵) $Z^+ \cap Z^- = \phi$

۶) $Z \cup Q = Z$

۷) $N \subseteq W \subseteq R$

۸) $R \subseteq W$

۹) $Z^- \cup W = Z$

تست ۱) در مجموعه $A = \{1, \{2,3\}, \{3,5,6\}\}$ کدام گزینه صحیح است؟

$\{2,3\} \subseteq A$ (۴)

$\{\{2,5,6\}\} \in A$ (۳)

$\{1\} \subseteq A$ (۲)

$3 \in A$ (۱)



تست ۲) در مجموعه $A = \{\{\mathbf{b}\}, \{\phi\}, \mathbf{b}, \mathbf{d}\}$ کدام گزینه صحیح است؟

$\{\phi\} \in A$ (۴)

$\phi \subseteq A$ (۳)

$\{\mathbf{b}\} \subseteq A$ (۲)

$\mathbf{b} \in A$ (۱)

☆ این مجموعه چند عضو دارد؟ فرزند فرزین

مثال ۴) برای مجموعه $A = \{\{1\}, \phi, 1, \{\phi\}\}$ چه تعداد از موارد زیر صحیح است؟

$\{1\} \in A$ (۲)

$\{1\} \subseteq A$ (۱)

$\{\{\phi\}\} \subseteq A$ (۴)

$\phi \subseteq A$ (۳)

۶) مجموعه ۳ عضوی است.


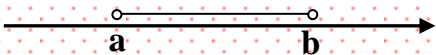
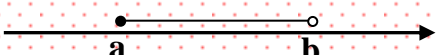
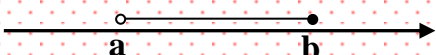
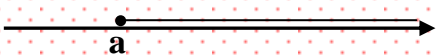
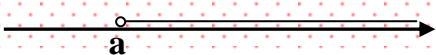

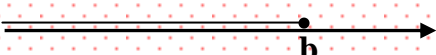
$\{\phi\} \in A$ (۵)

$\{1, \phi\} \in A$ (۸)

$\{1, \{\phi\}\} \subseteq A$ (۷)



بازه‌ها

نمایش هندسی بازه روی محور	نمایش بازه به صورت مجموعه‌ای	نمایش بازه	نوع بازه
	$\{x \in \mathbb{R} \mid a \leq x \leq b\}$	$[a, b]$	بسته
	$\{x \in \mathbb{R} \mid a < x < b\}$	(a, b)	باز
	$\{x \in \mathbb{R} \mid a \leq x < b\}$	$[a, b)$	نیم باز
	$\{x \in \mathbb{R} \mid a < x \leq b\}$	$(a, b]$	
	$\{x \in \mathbb{R} \mid x \geq a\}$	$[a, +\infty)$	
	$\{x \in \mathbb{R} \mid x > a\}$	$(a, +\infty)$	
	$\{x \in \mathbb{R} \mid x < b\}$	$(-\infty, b)$	
	$\{x \in \mathbb{R} \mid x \leq b\}$	$(-\infty, b]$	

مثال ۵) بازه $[-2, \frac{5}{3}]$ را روی محور نشان دهید!



مثال ۶) بازه $(-\infty, \sqrt{5})$ را روی محور نشان دهید!

مثال ۷) اگر $A = (-2, 3)$ و $B = [0, 5]$ باشد مطلوب است:

۱) $A \cap B =$

۲) $A \cup B =$

۳) $A - B =$

۴) $B - A =$

مثال ۸) اگر $A = (-\infty, 0) \cup (2, +\infty)$ و $B = (-2, 2]$ باشد مطلوب است:

۱) $A \cap B =$

۲) $A \cup B =$

۳) $A - B =$

۴) $B - A =$



تست ۳) کدام یک از تساوی های زیر صحیح نیست؟

(۲) $[۲, ۴) - (-\infty, ۳) = [۳, ۴)$

(۱) $(-\infty, ۲] \cup (۲, +\infty) = \mathbb{R}$

(۴) $(-۱, ۴] - [-۱, ۴) = \{۴\}$

(۳) $(-۲, ۲) \cap [۲, ۳) = \emptyset$



تست ۵) هرگاه $A = (-۳, ۵]$ ، $B = (۴, ۷]$ و $C = (۰, ۸]$ باشند، در این صورت حاصل $(A \cup B) - C$ کدام است؟

(۴) $(-۳, ۰)$

(۳) $(-۳, ۰) \cup (۷, ۸]$

(۲) $(-۳, ۰] \cup (۷, ۸]$

(۱) $(-۳, ۰]$



مجموعه های منتهی و نامتناهی

← می دانیم تعداد عضوهای مجموعه A را با نشان می دهند.

مثال اگر $\{\phi\}$ و قلی و π و b باشد $A = \{b, \pi, \phi\}$ چندعضوی است؟

- مجموعه منتهی: تعداد عضوهای آنان است. مثل:
- مجموعه نامتناهی: تعداد عضوهای آنان است. مثل:

مثال منتهی یا نامتناهی بودن مجموعه های زیر را معلوم کنید.

- (۱) مجموعه اعداد اول کوچک تر از ۱۰۰
- (۲) مضارب طبیعی عدد ۵
- (۳) مجموعه اعداد بین ۵ تا ۶
- (۴) مجموعه درختان روی زمین
- (۵) مجموعه مورچه های آفریقا
- (۶) مجموعه رگ های بدن
- (۷) مجموعه کسرهای مثبت با مخرج ۲
- (۸) مجموعه اعداد صحیح نامنفی
- (۹) مجموعه اعداد حقیقی کم تر از $\sqrt{17}$
- (۱۰) مجموعه $[-5, 9]$
- (۱۱) مجموعه $\{x \in \mathbb{Q} \mid -\frac{2}{3} < x < \frac{4}{5}\}$
- (۱۲) مجموعه $\{n \in \mathbb{Z} \mid \frac{2}{\pi} \in \mathbb{Z}\}$
- (۱۳) مجموعه خطوط گذرنده از نقطه $(0, 1)$
- (۱۴) مجموعه $\{x \mid x \in \mathbb{N}, x^3 > 8\}$

مثال ۹) درستی یا نادرستی عبارات زیر را مشخص کنید.

(۱) اشتراک دو مجموعه نامتناهی، نامتناهی است.

(۲) اجتماع دو مجموعه متناهی، متناهی است.

(۳) اگر $A \subseteq B$ بوده و B متناهی باشد، A هم متناهی است.

(۴) اگر $A \subseteq B$ بوده و A نامتناهی باشد، B هم نامتناهی است.

(۵) اگر $A - B$ نامتناهی باشد، A نامتناهی و B حتماً متناهی است.

(۶) اگر $B - A$ متناهی باشد، B متناهی است.

مثال ۱۰) در هر قسمت مجموعه‌های خواسته شده را مثال بزنید!

الف) A و B نامتناهی بوده ولی اشتراک آن‌ها متناهی باشد.

ب) A و B نامتناهی بوده ولی $A - B$ و $B - A$ نامتناهی باشد.



تست ۶) چه تعداد از مجموعه های زیر متناهی است؟

- الف) $A = \{x | x \in \mathbb{N}, x^2 \leq x\}$ (۲)
- ب) $B = \{a, b, \{0, 1, 2, \dots\}\}$ (۴)
- ج) $C = \{\frac{1}{x} | \frac{1}{x} \in \mathbb{Z}, x \in \mathbb{Z}\}$ (۳)
- د) $D = \{\{\}, \{1, 2\}, \{1, 2, 3\}, \dots\}$ (صفر)

تست ۷) اگر M مجموعه ای دلخواه باشد و $Z - M$ متناهی و ناتهی باشد کدام مجموعه حتماً متناهی است؟

- ۱) $Z - N$ (۱)
- ۲) $Z - (M - N)$ (۲)
- ۳) $Q - (Z - M)$ (۳)
- ۴) $(N - M) \cup (Z - M)$ (۴)

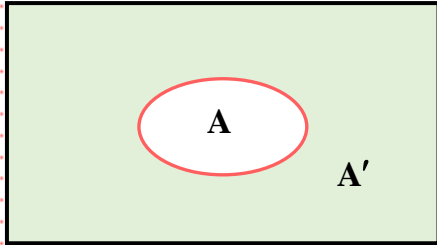
تست ۸) اگر $A = [1, 2]$ و $A - B$ متناهی باشد. B کدام مجموعه زیر نمی تواند باشد؟

- ۱) $[-1, 4]$ (۱)
- ۲) $(1, 4)$ (۲)
- ۳) $(-2, 2)$ (۳)
- ۴) $[2, 3]$ (۴)



مجموعه مرجع و متمم یک مجموعه

U یا M



$= A'$

۱) $A \cap A' =$

۲) $A \cup A' =$

مثال) فرض کنید $A = \{1, 2, 3\}$ باشد آن گاه:

الف) $U = \mathbb{Z} \Rightarrow A' = ?$

ب) $U = \mathbb{R} \Rightarrow A' = ?$

مثال) فرض کنید $U = \mathbb{R}$ و $A = (-2, 0)$ و $B = [4, +\infty)$ باشد آن گاه:

الف) $A' =$

ب) $B' =$

ج) $A - B =$

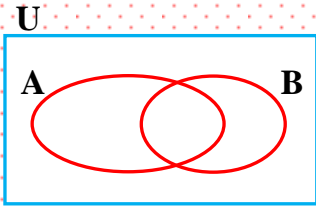
د) $(A \cup B)' =$

هـ) $A' \cap B =$

و) $A' \cap B' =$



تفاضل مجموعه ها و قانون دمورگان



$*(A')' =$

$$\begin{cases} A - B = \\ (A \cap B)' = \\ (A \cup B)' = \end{cases}$$

برو صفحه بعد!

• مرام نامه ←

مثال) مجموعه A و B به ترتیب ۸ و ۱۱ عضو دارند $A \cup B$ چند عضو دارد؟

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

⇒ فرض کنید A و B جدا از هم دیگرند

⇒ فرض کنید A و B کامل در یکدیگرند ($A \subset B$)



مثال) مطلوبست صورت های دیگر روابط زیر:

۱) $C - D =$

۲) $B - (A \cap C) =$

۳) $p \cap q' =$

۴) = نقی - نقی =

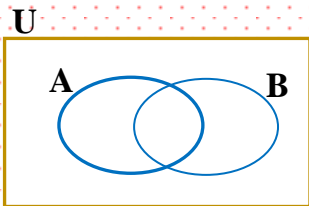
۵) $(E \cap F)' =$

۶) $(B \cup N)' =$

۷) $(C \cup D)' =$

۸) $(p' \cap q')' =$

اجتماع دو مجموعه (تعدادی)



$$\begin{cases} n(A') = \\ n(A \cup B) = \\ n(A - B) = \end{cases}$$

• مرام نامه ←



تست ۹) اگر \mathbb{R} مجموعه مرجع باشد، متمم مجموعه $\mathbb{Z} \cup (\mathbb{Q}' \cap (\mathbb{N} \cap \mathbb{R}))$ کدام است؟

- \mathbb{R} (۱) \mathbb{Q} (۲) \mathbb{Z} (۳) \mathbb{Q}' (۴)

تست ۱۰) اگر $U = \{-۶, -۳, -۲, ۱, ۲, ۵\}$ مجموعه مرجع و $A = \{-۲, ۲\}$ ، $B = \{-۶, -۲, ۵\}$ و $C = \{-۳, ۱, ۲\}$ باشند،

حاصل $(B \cap A)' \cap C$ کدام است؟

- \emptyset (۱) C (۲) $\{۱, ۲\}$ (۳) $\{-۳, ۱\}$ (۴)

تست ۱۱) اگر A مجموعه اعداد طبیعی مضرب ۳ و کم تر از ۳۰ و مجموعه B اعداد صحیح و مثبت و کم تر ۲۰۰ باشد، آن گاه

کدام مجموعه زیر متناهی است؟ (\mathbb{Z} را مجموعه مرجع فرض کنید.)

- $A' \cup B'$ (۱) $A \cup B'$ (۲) $A \cap B$ (۳) $(A \cap B)'$ (۴)

تست ۱۲) A و B زیرمجموعه های نامتناهی از اعداد حقیقی هستند. در این صورت کدام مجموعه لزوماً نامتناهی است؟

- $A - B$ (۱) $A \cap B$ (۲) $A' \cup B'$ (۳) $(B - A)'$ (۴)



تست ۱۴) اگر A و B دو مجموعه ناتهی از مجموعه مرجع U باشند، مجموعه $[(A \cap B) - B'] \cap [(A \cap B) \cup (A - B)]$ با کدام مجموعه برابر است؟

- (۱) A (۲) \emptyset (۳) $A - B$ (۴) $A' - B'$

تست ۱۵) اگر A و B مجموعه ناتهی از مجموعه مرجع U باشند، مجموعه $A' \cup ((B \cap A) \cap [(B \cup A) \cap B])$ با کدام مجموعه برابر است؟

- (۱) $(A - B)'$ (۲) $B - A$ (۳) B (۴) \emptyset

تست ۱۶) اگر A ، B و C سه مجموعه ناتهی از مجموعه مرجع U باشند، مجموعه $((A - B)' - (B - C)) - C$ با کدام مجموعه برابر است؟

(ریاضی دی ۱۴۰۱)

- (۱) $A' - (B \cup C)$ (۲) $B - (A \cup C)$ (۳) $C - (A \cup B)$ (۴) $(A' - B') - C$



تست ۱۷) اگر A و B دو مجموعه جدا از هم باشند به گونه‌ای که $n(A) + n(B) = 17$ ، آن گاه اختلاف بیشترین و کمترین مقدار $n(A \cup B)$ کدام است؟

۹ (۴)

۸ (۳)

۷ (۲)

۶ (۱)

تست ۱۸) اگر $n(A \cup B) = 57$ و $n(A \cap B) = 3n(A - B) = 4n(B - A)$ باشد، تعداد اعضای مجموعه A کدام است؟

(تجربی اردیبهشت ۱۴۰۳)

۴۸ (۴)

۴۵ (۳)

۳۶ (۲)

۳۳ (۱)

تست ۱۹) اگر مجموعه مرجع شامل ۳۶ عضو باشد و داشته باشیم $n(A) = 12$ ، $n(B') = 14$ و $n(A \cup B) = 28$ ، آن گاه $n(A' \cap B)$ کدام است؟

۱۳ (۴)

۱۶ (۳)

۱۲ (۲)

۲۰ (۱)

تست ۲۰) اگر $n((A \cup B) - (A \cap B)) = 30$ ، $n(A \cup B) = 40$ و $n(A) = n(B)$ ، آن گاه $n(A)$ کدام است؟

۱۷ (۴)

۲۵ (۳)

۱۶ (۲)

۱۴ (۱)



تست ۲۱) در بررسی ۵۰۰ کشاورز، ۳۷۰ نفر دارای مزرعه چای و ۲۰۰ نفر دارای شالیزار هستند. تعداد آنهایی که نه مزرعه چای و نه شالیزار دارند، برابر تعداد کشاورزانی است که فقط شالیزار دارند. چند کشاورز فقط مزرعه چای دارند؟ (کشاورزان فقط چای و برنج برداشت می کنند).

(تجربی اردیبهشت ۱۴۰۱)

۱۰۰ (۱) ۱۳۵ (۲) ۲۳۵ (۳) ۲۷۰ (۴)

تست ۲۲) در یک کلاس ۳۹ نفری، ۱۶ نفر در گروه ورزش، ۱۲ نفر در گروه روزنامه دیواری و ۹ نفر فقط در گروه ورزش هستند. چند نفر آنان عضو هیچ یک از این دو گروه نیستند؟

۱۵ (۱) ۱۶ (۲) ۱۷ (۳) ۱۸ (۴)

تست ۲۳) در مدرسه ای ۳۵ نفر عضو تیم فوتبال، ۴۳ نفر عضو تیم بسکتبال و ۱۲ نفر فقط در یکی از دو تیم شرکت کرده اند. ۸ نفر در هیچ تیمی حضور ندارند. دانش آموزان این مدرسه چند نفرند؟

۵۰ (۱) ۵۳ (۲) ۵۵ (۳) ۵۷ (۴)

تست ۲۴) از ۶۰ دانش آموز یک مدرسه ۲۰ نفر به والیبال و ۳۰ نفر به فوتبال علاقه دارند. اگر ۲۲ نفر به هیچ کدام از این دو ورزش علاقه مند نباشند، چند نفر فقط به فوتبال علاقه دارند؟

۸ (۱) ۱۸ (۲) ۱۲ (۳) ۱۰ (۴)



تست ۲۵) در یک کلاس ۳۴ نفره، ۲ نفر از دانش آموزان به هیچ یک از رشته های فوتبال، والیبال و بسکتبال علاقه ندارند، ۱۵ نفر به فوتبال، ۱۸ نفر به والیبال، ۱۶ نفر به بسکتبال، ۷ نفر به فوتبال و والیبال، ۸ نفر به والیبال و بسکتبال و ۴ نفر به فوتبال و بسکتبال علاقه مند هستند. چه تعداد از دانش آموزان به حداقل دو رشته ورزشی علاقه دارند؟

- ۱۰ (۱) ۱۲ (۲) ۱۳ (۳) ۱۵ (۴)

تست ۲۶) در یک مدرسه ۹۰ نفری، ۴۵ نفر عضو تیم فوتبال، ۳۱ نفر عضو تیم والیبال و ۲۰ نفر عضو هیچ تیمی نیستند. اگر ۶ نفر از تیم فوتبال و ۴ نفر از تیم والیبال را حذف کنیم، از تعداد افرادی که در هر دو رشته فعالیت می کنند، ۳ نفر کم می شود. تعداد اعضای که فقط در یکی از این دو رشته فعالیت می کنند، پس از اعمال این تغییرات کدام است؟

- ۶۴ (۱) ۶۳ (۲) ۶۰ (۳) ۵۳ (۴)

تست ۲۷) اگر $n(U) = 120$ ، $n(B' - A') = 50$ ، $n(B - A) = 30$ و $n(A) = \frac{3}{4}n(B)$ باشد، آن گاه $n(A' \cap B') - n(A \cap B)$

کدام است؟

- ۴۰ (۱) ۳۰ (۲) ۱۰ (۳) ۲۰ (۴)



تست ۲۸ مجموعه‌های A و B به ترتیب دارای m و k عضو هستند. اگر $m - k = 14$ و اختلاف تعداد اعضای مجموعه‌های

(تجربی تیر ۱۴۰۲)

$A \cup B$ و $A \cap B$ برابر ۲۰ باشد، مجموعه $B - A$ چند عضو دارد؟

۳ (۴)

۴ (۳)

۶ (۲)

۸ (۱)

تست ۲۹ اگر $n(U) = 30$ و $n(A) = 20$ و $n(B) = 14$ باشد، بیشترین تعداد عضوهای $A - B$ چندتا است؟ (U مجموعه

مرجع است.)

۲۰ (۴)

۱۶ (۳)

۱۴ (۲)

۴ (۱)

