

Just Test

هندسه و گسسته

شامل
هفت آزمون جامع به سبک کنکور



بهرام جلالی

کلارینو

ویژه داوطلبان کنکور ۱۴۰۴



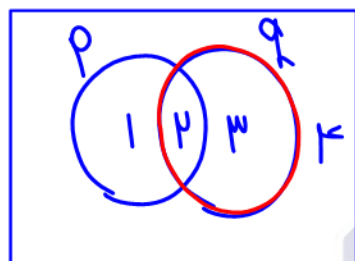
UV
∩∩

آزمون جامع شماره ۱

۱. اگر p و q گزاره‌هایی دلخواه باشند، گزاره $[(p \Rightarrow (p \wedge q))] \wedge q$ هم‌ارز با کدام گزاره است؟

$$[\sim p \vee (p \wedge q)] \wedge q$$

$\underbrace{\quad \quad \quad}_{\text{۳۴}} \quad \underbrace{\quad \quad}_{\text{۲۳}}$



$$234 \cap 23 = \{2, 3\}$$

$p \wedge q$ (۱)

q (۲) ✓

$\sim p \vee q$ (۳)

p (۴)

$$p \rightarrow q \equiv \sim p \vee q$$

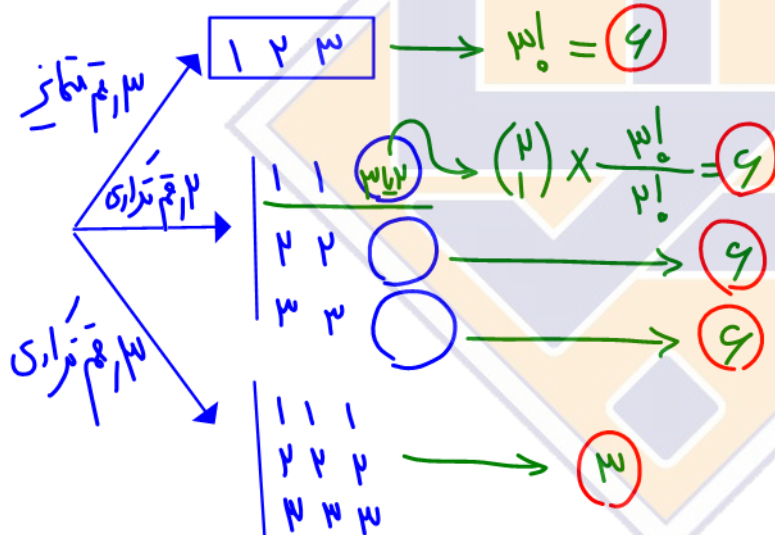
۲. با اعداد «۱، ۱، ۱، ۲، ۲، ۲، ۳، ۳، ۳» چند عدد سه رقمی می‌توان نوشت؟

۱۸ (۱)

۲۱ (۲)

۲۴ (۳)

۲۷ (۴) ✓



۳. اگر $P(A-B) = 0/3$ و $P(A') = 0/55$ باشد، آنگاه $P(B' | A)$ کدام است؟

A-B

$$P(B' | A) = \frac{P(A \cap B')}{P(A)} = \frac{0/3}{0/45} = \frac{2}{3}$$

$P(A) = 0/45$

$\frac{1}{3}$ (۱)

$\frac{1}{4}$ (۲)

$\frac{2}{5}$ (۳)

$\frac{2}{3}$ (۴) ✓

$$P(\Delta | \square) = \frac{P(\Delta \cap \square)}{P(\square)}$$



۴. اگر میانگین و واریانس داده‌های $2x_1 + 1, 2x_2 + 1, \dots, 2x_n + 1$ به ترتیب برابر ۴ و ۹ باشد، ضریب تغییرات داده‌های

کدام است؟

$$\left\{ \begin{array}{l} \bar{x} = 4 \\ \sigma^2 = 9 \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{مقیاس ۱}} \left\{ \begin{array}{l} \bar{x} = 3 \\ \sigma^2 = 9 \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{تقسیم بر ۲}} \left\{ \begin{array}{l} \bar{x} = \frac{3}{2} \\ \sigma^2 = \frac{9}{4} \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{مقیاس ۱}} \left\{ \begin{array}{l} \bar{x} = \frac{1}{2} \\ \sigma^2 = \frac{9}{4} \end{array} \right\}$$

۱ (۱)
۱/۵ (۲)
۳ (۳) ✓
۴/۵ (۴)

فرمول‌ها:

$$\textcircled{1} \bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n}$$

$$\textcircled{2} \sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n}$$

$$\textcircled{3} CV = \frac{\sigma}{\bar{x}}$$

محاسبه CV:

$$CV = \frac{\sigma}{\bar{x}} = \frac{\frac{3}{2}}{\frac{1}{2}} = 3$$

۵. دو تاس را با هم پرتاب می‌کنیم. احتمال آنکه مجموع دو تاس برابر ۷ یا هر دو تاس زوج بیایند، کدام

است؟

۱ (۱) $\frac{4}{9}$
۲ (۲) $\frac{7}{18}$
۳ (۳) $\frac{5}{12}$ ✓
۴ (۴) $\frac{17}{36}$

۱ (۱) $n(s) = 36$

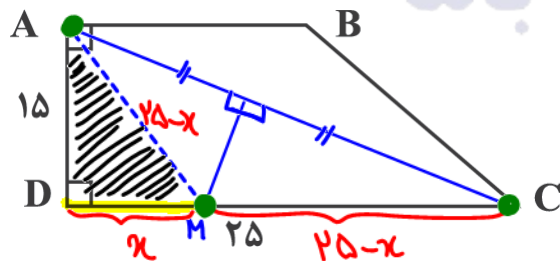
۲ (۲) $P(A) = \frac{1}{6}$

۳ (۳) $P(B) = \frac{1}{4}$

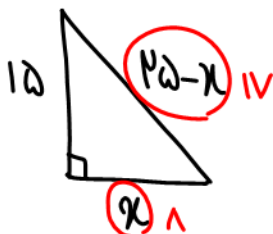
محاسبه $P(A \cup B)$:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \frac{1}{4} + \frac{1}{4} - \frac{1}{12} = \frac{5}{12}$$

۶. در شکل زیر اگر عمود منصف قطر AC قاعده CD را در نقطه M قطع کند، آن گاه طول پاره خط MD کدام است؟



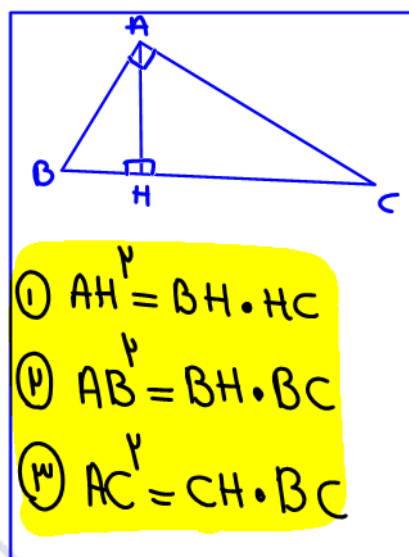
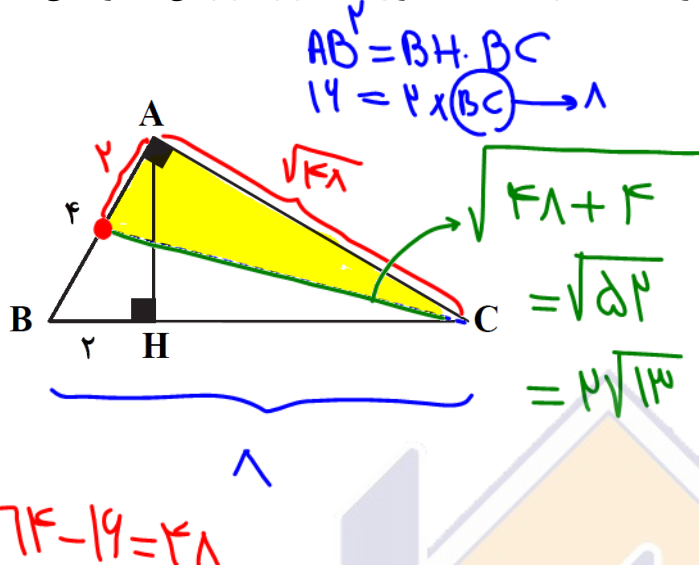
هفته‌ای عمود منصف از دو سر پاره خط بیاید فاصله است



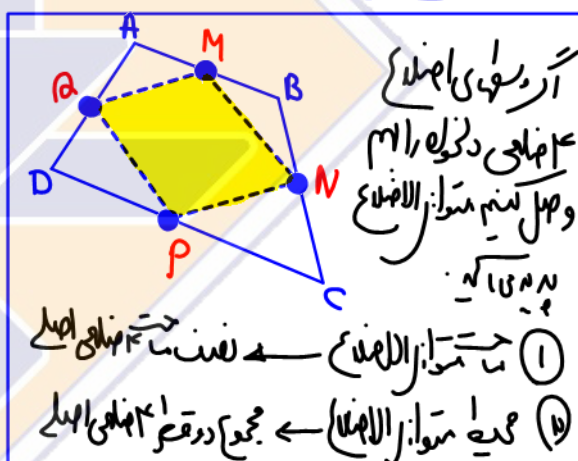
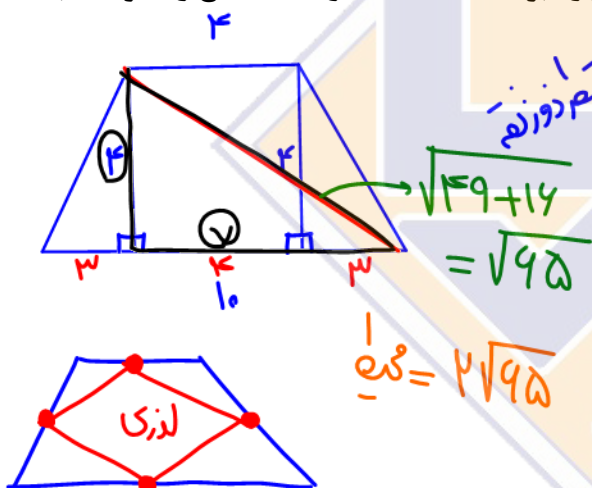
۸	۱۵	۱۷
۳	۴	۵
۹	۸	۱۰
۵	۱۲	۱۳



۷. مثلث ABC در رأس A قائمه است. مطابق شکل اگر $AB = 4$ و $BH = 2$ طول میانه وارد از رأس C بر ضلع AB بر ضلع C



۸. در دوزنقه متساوی الساقین با قاعده‌های ۱۰ و ۴ که طول ارتفاع وارد بر قاعده ۴ است. اوساط اضلاع را متوالیاً به هم وصل می‌کنیم محیط چهارضلعی حاصل کدام است؟



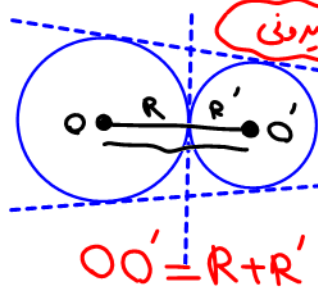
۹. دو دایره C و C'، سه مماس مشترک دارند. اگر شعاع یکی از دایره‌ها، ۶ برابر شعاع دایره دیگر باشد، طول مماس خارجی دو دایره چند برابر شعاع دایره بزرگ‌تر است؟

$$TT' = \sqrt{d^2 - (R - R')^2}$$

$$TT' = \sqrt{d^2 - (R + R')^2}$$

$$2\sqrt{R \times \frac{1}{4}R}$$

$$R \times \frac{2}{\sqrt{4}} \times \frac{\sqrt{4}}{\sqrt{4}} = \frac{2\sqrt{4}}{\sqrt{4}} R$$

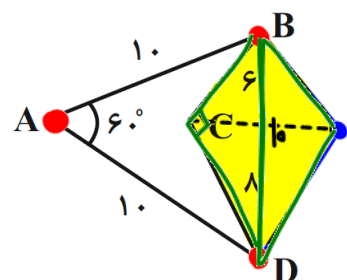


- (۱) $\frac{\sqrt{6}}{2}$
 (۲) $\frac{\sqrt{3}}{2}$
 (۳) $\frac{\sqrt{3}}{3}$
 (۴) $\frac{\sqrt{6}}{2}$

طول مماس مشترک خارجی دو دایره مماس به شعاع R، R' برابرات: $2\sqrt{RR'}$



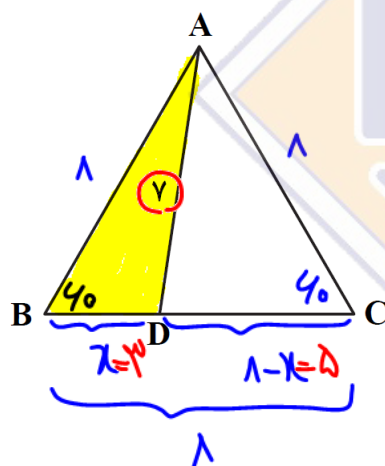
۱۰. می‌خواهیم بدون تغییر در محیط و تعداد اضلاع چهارضلعی ABCD، مساحت آن را تا حد امکان افزایش دهیم. مساحت شکل جدید چقدر از مساحت شکل اولیه بیشتر است؟



$$S = \frac{1}{2} \times 4 \times 1 = 48$$

- (۱) ۱۶
(۲) ۲۴
(۳) ۳۲
(۴) ۴۸

۱۱. در مثلث متساوی الاضلاع ABC به طول ضلع ۸، نسبت $\frac{BD}{DC}$ چقدر است؟ ($BD < DC$)



$$49 = 4x + x^2 - 4(1)(x)(\frac{1}{4})$$

$$49 = 4x + x^2 - x$$

$$x^2 - 3x + 49 = 0$$

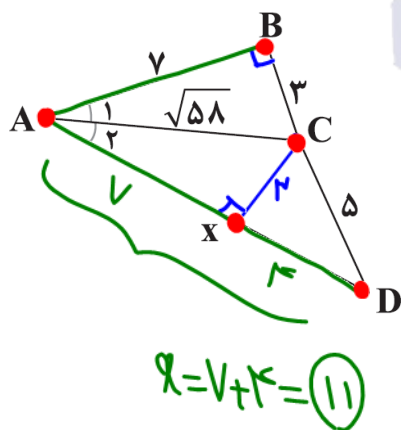
$$(x-3)(x-49) = 0$$

$$\frac{BD}{DC} = \frac{3}{5} = 0.6$$

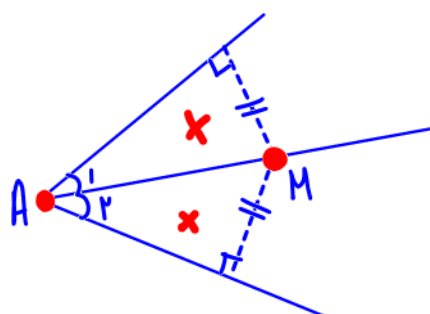
- (۱) ۰/۶
(۲) ۰/۵
(۳) ۰/۳
(۴) ۰/۴

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \hat{A}$$

۱۲. در شکل زیر $\hat{A}_1 = \hat{A}_2$ ، مقدار x کدام است؟



$$\sqrt{58} = 7 + 3 \rightarrow \hat{B} = 90^\circ$$



- (۱) ۹
(۲) ۱۰
(۳) ۱۱
(۴) ۱۲



۱۳. اگر $P = [a_{ij}]$ یک ماتریس سه در سه و $Q = [b_{ij}]$ نیز ماتریسی سه در سه به طوری که $b_{ij} = \sum_{k=1}^3 a_{ik} a_{kj}$ باشد، آنگاه دترمینان ماتریس Q کدام است؟

$$P = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix}$$

$$Q = \begin{bmatrix} a_{11}^2 + a_{12}^2 + a_{13}^2 & 2a_{11}a_{21} + 2a_{12}a_{22} + 2a_{13}a_{23} & 2a_{11}a_{31} + 2a_{12}a_{32} + 2a_{13}a_{33} \\ 2a_{21}a_{11} + 2a_{22}a_{12} + 2a_{23}a_{13} & a_{21}^2 + a_{22}^2 + a_{23}^2 & 2a_{21}a_{31} + 2a_{22}a_{32} + 2a_{23}a_{33} \\ 2a_{31}a_{11} + 2a_{32}a_{12} + 2a_{33}a_{13} & 2a_{31}a_{21} + 2a_{32}a_{22} + 2a_{33}a_{23} & a_{31}^2 + a_{32}^2 + a_{33}^2 \end{bmatrix}$$

$= P \times P^T = P \times P$ (since P is symmetric)

۱) ۲^{۱۰}

۲) ۲^{۱۱}

۳) ۲^{۱۲}

۴) ۲^{۱۳}

۱۴. اگر $A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & \frac{1+bc}{a} \end{bmatrix}$ باشد، آنگاه A^{-1} در کدام رابطه صدق می‌کند؟

$$A^{-1} - \left(\frac{a^2 + bc + 1}{a} \right) A + I = \bar{O}$$

$$A - \left(\frac{a^2 + bc + 1}{a} \right) I + \bar{A}^{-1} = \bar{O}$$

$$A \bar{A}^{-1} = \left(\frac{a^2 + bc + 1}{a} \right) I_p - aA$$

$$aA^{-1} = (a^2 + bc + 1)I_p - aA$$

$$aA^{-1} = (b^2 + ac + 1)I_p - aA$$

$$cA^{-1} = (b^2 + bc + 1)I_p - aA$$

$$cA^{-1} = (a^2 + bc + 1)I_p - aA$$

برای 2×2 :

$$A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \rightarrow A^{-1} - (a+d)A + |A|I = \bar{O}$$

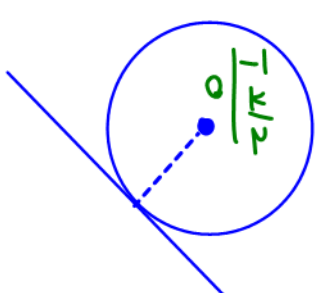
۱۵. اگر دایره به معادله $x^2 + y^2 + 2x - ky = 0$ در مبدأ مختصات بر نیمساز ربع دوم و چهارم مماس باشد، مساحت این دایره چند برابر π است؟

$$O(-1, \frac{k}{2})$$

$$R = \frac{1}{2} \sqrt{4 + k^2}$$

$$O \cdot H = R \rightarrow \frac{1 \cdot \frac{k}{2} - 1}{\sqrt{1 + \frac{k^2}{4}}} = \frac{\sqrt{k^2 + 4}}{2} \rightarrow \frac{|k-2|}{\sqrt{4+k^2}} = \frac{\sqrt{k^2+4}}{2}$$

$$k^2 - 2k + 4 = k^2 + 4 \rightarrow k = 2$$



$$S = \pi (R^2) = \pi$$

$$(x-a)^2 + (y-b)^2 = R^2$$

$$x^2 + y^2 + Ax + By + C = 0 \rightarrow R = \frac{1}{2} \sqrt{A^2 + B^2 - 4C}$$



۱۶. بردارهای $\vec{a} = (1, 1, m)$ و $\vec{b} = (2, -1, 0)$ و $\vec{c} = (-1, 3, 2)$ مفروضند. اگر حجم متوازی السطوح ساخته شده بر روی بردارهای $\vec{a}$ ، $\vec{b}$ و $\vec{c}$ برابر ۱۴ باشد، اندازه بردار $\vec{a}$ کدام است؟

$$\begin{vmatrix} 2 & -1 & 0 \\ -1 & 3 & 2 \\ 1 & 1 & m \end{vmatrix}$$

$$= 2(3m-2) + (-m-2) = 14$$

$$4m - 4 - m - 2 = 14$$

$$3m = 20 \rightarrow m = \frac{20}{3} \rightarrow \vec{a} \Big|_{\frac{1}{\sqrt{2}}} \rightarrow |\vec{a}| = \sqrt{1+1+\frac{400}{9}} = 3\sqrt{2}$$

(۱) $\sqrt{26}$
(۲) $3\sqrt{2}$ ✓
(۳) $\sqrt{6}$
(۴) $\frac{4}{3}$

حجم متوازی السطوح ساخته شده با $\vec{a}$ ، $\vec{b}$ ، $\vec{c}$ برابر است با: $|\vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{c})|$

۱۷. باقی مانده تقسیم عدد طبیعی N بر اعداد ۵ و ۷ و ۱۱ به ترتیب ۲ و ۴ و ۸ است. باقی مانده تقسیم بزرگ ترین عدد ۳ رقمی N بر ۲۳ کدام است؟

$$N \equiv 5 \pmod{23}$$

$$N \equiv 7 \pmod{23} \rightarrow N \equiv [5, 7, 11] \pmod{23}$$

$$N \equiv 11 \pmod{23}$$

$$N \equiv 315 \pmod{23}$$

$$N \equiv -3 \pmod{23} \rightarrow N = 315k - 3 = 747$$

$$[5, 7, 11] = 315$$

$$747 \equiv 8 \pmod{23}$$

(۱) ۸ ✓
(۲) ۹
(۳) ۱۱
(۴) ۱۴

۱۸. معادله $91x - 39y = 7m - 1$ در اعداد صحیح جواب دارد. m کدام گزینه می تواند باشد؟ ($m \in \mathbb{Z}$)

$$(91, -39) \mid 7m-1$$

$$13 \mid 7m-1 \rightarrow 7m-1 \equiv 0 \pmod{13} \rightarrow 7m \equiv 1 \pmod{13}$$

$$\rightarrow 7m \equiv 14 \pmod{13} \rightarrow m \equiv 2 \pmod{13}$$

(۱) ۱۰۰۳ ✓
(۲) ۱۰۰۲
(۳) ۱۰۰۱
(۴) ۱۰۰۰

مسئله ۱: $(a, b) \mid c \iff \exists z \text{ جواب دهد } ax + by = c$



۱۹. علی وارد گل فروشی می شود. او می خواهد برای روز مادر دسته گلی از گل های رز، میخک و مریم بخرد به طوری که دسته گل او حداکثر ۸ شاخه داشته باشد و از هر سه نوع گل در دسته گل، استفاده شده باشد. به چند حالت می تواند این کار را انجام دهد؟

$$x_1 + x_2 + x_3 \leq 8$$

طبیعی

$$x_1 + x_2 + x_3 + k = 8$$

$$\rightarrow x_1 + x_2 + x_3 + k = 8$$

$$\binom{8+k-1}{k-1} = 27$$

۴۵ (۱)

۵۶ (۲) ✓

۱۰۵ (۳)

۱۶۵ (۴)

$$\binom{n+r-1}{r-1}$$

$$\leftarrow x_1 + \dots + x_r = n$$

$$\binom{n-1}{r-1}$$

$$\leftarrow x_1 + \dots + x_r = n$$

$$a \leq b \xrightarrow{+k} a+k=b$$

$$y \leq v \xrightarrow{+5} y+5=v$$

۲۰. اگر از یک گراف $(p-1)$ منتظم از مرتبه p ۲۲ یال حذف کنیم، به یک گراف $p-5$ منتظم می رسیم. تعداد

یال های گراف k_{p+1} کدام است؟

$$\frac{p(p-1)}{2} - 22 = \frac{p(p-5)}{2} \xrightarrow{\times 2}$$

$$p^2 - p - 44 = p^2 - 5p$$

۵۵ (۱)

۴۵ (۲)

۷۸ (۳)

۶۶ (۴) ✓

$$4p = 44$$

$$p=11 \rightarrow k_{11} \rightarrow q = \binom{11}{2} = 55$$

گراف r منتظم مرتبه p : $pr = pq$

$$q = \binom{p}{2} \leftarrow k_p / 2$$

تحصیل باما



آزمون جامع شماره ۲

۱. اگر $p \leftrightarrow q$ نادرست و $p \wedge \sim r$ درست باشد، ارزش گزاره‌های $(p \vee r) \Rightarrow q$ و $(p \wedge q) \Leftrightarrow \sim (q \vee r)$ به ترتیب چگونه است؟

$\leftrightarrow$ نادرست

$\rightarrow$ نادرست

$p = \text{درست}$
 $r = \text{نادرست}$
 $q = \text{نادرست}$

- (۱) درست - درست
- (۲) درست - نادرست
- (۳) نادرست - درست
- (۴) نادرست - نادرست

فرض

$\leftrightarrow$

۲. با ارقام «۳، ۲، ۱، ۱، ۱، ۱، ۰» چند عدد هفت رقمی می‌توان ساخت؟

۱۵
۱۶
عند صفر

$$\frac{5 \times 4!}{1! \times 3!} = 120$$

- (۱) ۱۸۰
- (۲) ۲۴۰
- (۳) ۳۰۰
- (۴) ۳۶۰

۳. در یک جعبه ۳ مهره سفید و ۴ مهره سیاه و در جعبه‌ای دیگر ۵ مهره سفید و ۲ مهره سیاه است. از جعبه اول یک مهره به تصادف برمی‌داریم و در جعبه دوم قرار می‌دهیم و سپس از جعبه دوم یک مهره به تصادف خارج می‌کنیم. اگر این مهره سفید باشد احتمال آن که مهره خارج شده از جعبه اول سفید بوده باشد چقدر است؟

۳ سفید
۴ سیاه
(۱)

۵ سفید
۲ سیاه
(۲)

$$\frac{3}{7} \rightarrow \text{سفید} \rightarrow \frac{5}{8}$$

$$\frac{4}{7} \rightarrow \text{سیاه} \rightarrow \frac{2}{8}$$

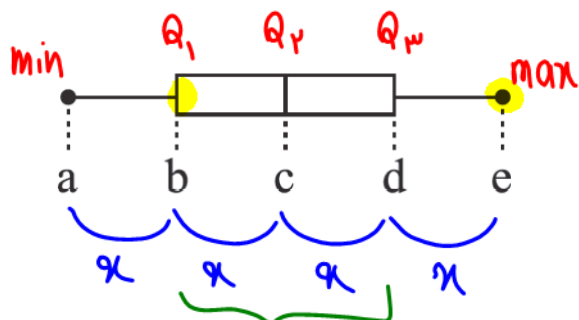
$$P(\text{سفید} | \text{خارج}) = \frac{\frac{3}{7} \times \frac{5}{8}}{(\frac{3}{7} \times \frac{5}{8}) + (\frac{4}{7} \times \frac{2}{8})} = \frac{\frac{15}{56}}{\frac{15}{56} + \frac{1}{7}} = \frac{15}{15+8} = \frac{15}{23}$$

- (۱) $\frac{21}{38}$
- (۲) $\frac{17}{38}$
- (۳) $\frac{10}{19}$
- (۴) $\frac{9}{19}$



۴. در نمودار جعبه‌ای زیر مقادیر a, b, c, d, e تشکیل دنباله حسابی می‌دهند. اگر اختلاف بزرگ‌ترین داده از چارک

اول برابر $\frac{2}{7}$ باشد مقدار دامنه میان چارکی کدام است؟



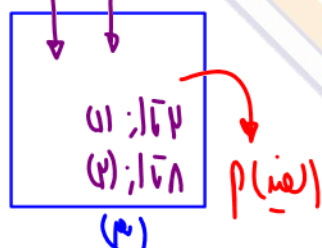
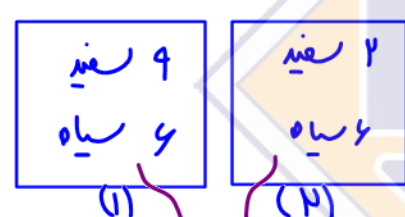
$$3x = 2,7 \rightarrow x = 0,9$$

$$IQR = Q_3 - Q_1 = 2,7 = 2 \times 0,9 = 1,8$$

- (۱) ۰/۹
(۲) ۱/۸
(۳) ۲/۷
(۴) ۳/۶

۵. دو ظرف داریم. در اولی ۹ مهره سفید و ۶ مهره سیاه و در ظرف دوم ۲ مهره سفید و ۶ مهره سیاه است. ۲ مهره از

ظرف اول و ۸ مهره از ظرف دوم برداشته و داخل ظرف سوم قرار می‌دهیم. سپس از ظرف سوم یک مهره برمی‌داریم. با



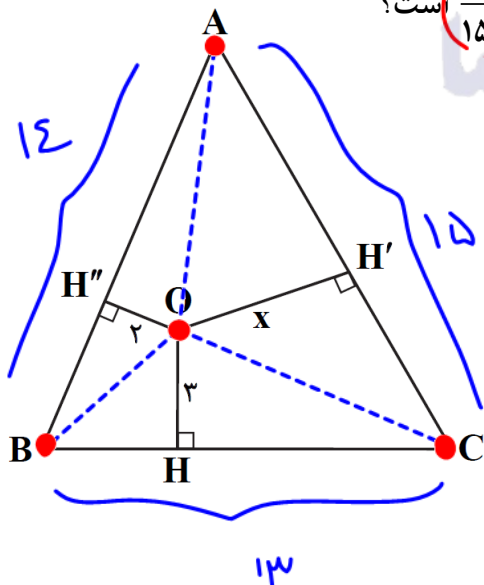
$$p(\text{سفید}) = \frac{9}{15} \times \frac{1}{5}$$

$$p(\text{سفید}) = \frac{2}{8} \times \frac{1}{4}$$

$$\left(\frac{1}{5} \times \frac{3}{5}\right) + \left(\frac{1}{4} \times \frac{1}{4}\right) = \frac{3}{20} + \frac{1}{16} = \frac{1}{2}$$

- (۱) ۰/۲۸
(۲) ۰/۳۲
(۳) ۰/۳۶
(۴) ۰/۴۵

۶. در شکل روبه‌رو اگر $BC = 13$, $AB = 14$ و $AC = 15$ ، مقدار x چند برابر $\frac{1}{15}$ است؟



$$p = \frac{15+13+14}{2} = 21$$

$$S = \sqrt{21 \times 6 \times 9 \times 5} = 12$$

$$12 = \frac{1}{p} (15x + 39 + 21)$$

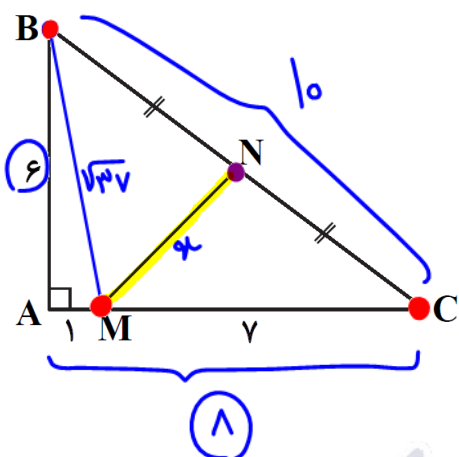
$$144 = 15x + 60 \rightarrow 15x = 84 \rightarrow x = \frac{28}{5}$$

- (۱) ۱۰۱
(۲) ۱۰۳
(۳) ۱۰۰
(۴) ۱۰۲

$$p = \frac{a+b+c}{2} \rightarrow S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$$



۷. در شکل روبه‌رو اندازه MN کدام است؟



$$2x^2 + 50 = 49 + 37$$

$$2x^2 = 34 \rightarrow x^2 = 17$$

$$x = \sqrt{17} \rightarrow \boxed{x = 3\sqrt{2}}$$

$$\sqrt{6} \quad (1)$$

$$5 \quad (2)$$

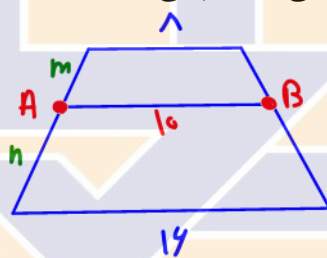
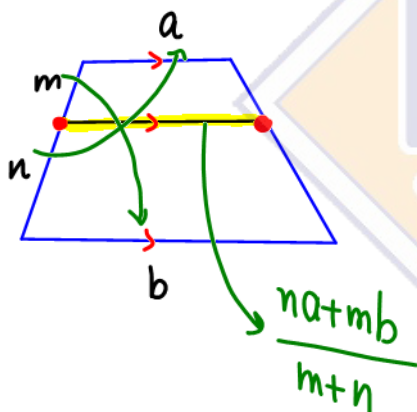
$$4 \quad (3)$$

$$3\sqrt{2} \quad (4)$$

$$m^2 + \frac{a^2}{4} = b^2 + c^2$$

۸. در دوزنقه‌ای با قاعده‌های ۸ و ۱۶، خطی به موازات قاعده‌های دو ساق، دوزنقه را در نقاط A و B قطع می‌کند.

اگر $AB = 10$ باشد، نقطه A ساق دوزنقه را به چه نسبتی تقسیم می‌کند؟



$$\frac{14m + 1n}{m + n} = 10$$

$$14m + 1n = 10m + 10n$$

$$4m = 9n$$

$$\frac{m}{n} = \frac{9}{4} = \left(\frac{1}{3}\right)$$

$$\frac{1}{2} \quad (1)$$

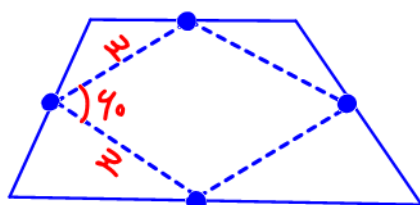
$$\frac{1}{3} \quad (2)$$

$$\frac{2}{3} \quad (3)$$

$$\frac{3}{4} \quad (4)$$

۹. در یک دوزنقه متساوی الساقین اوساط اضلاع را متوالیاً به هم وصل می‌کنیم. در چهارضلعی حاصل طول یک ضلع

برابر ۳ و یک زاویه آن 60° است. مساحت دوزنقه کدام است؟



$$S_{\text{لوزی}} = 3 \times 3 \times \left(\sin 40^\circ\right) \frac{\sqrt{3}}{4} = \frac{9\sqrt{3}}{4}$$

$$S_{\text{دزنقه}} = 2 \times S_{\text{لوزی}} = 2 \times \frac{9\sqrt{3}}{4} = \frac{9\sqrt{3}}{2}$$

$$6\sqrt{3} \quad (1)$$

$$9\sqrt{3} \quad (2)$$

$$2\sqrt{3} \quad (3)$$

$$\frac{9\sqrt{3}}{2} \quad (4)$$

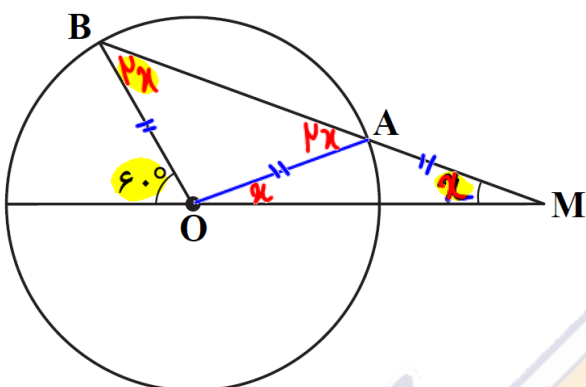
$$S = \frac{1}{2} ab \sin \alpha$$

$$S = ab \sin \alpha$$



۱۰. در دایره $C(O, R)$ در شکل روبه‌رو داریم $AM = R$. اگر BO با قطر دایره زاویه 60° بسازد. اندازه زاویه M

چند درجه است؟



$$90 = 3x$$

$$x = 30$$

۱۵ (۱)

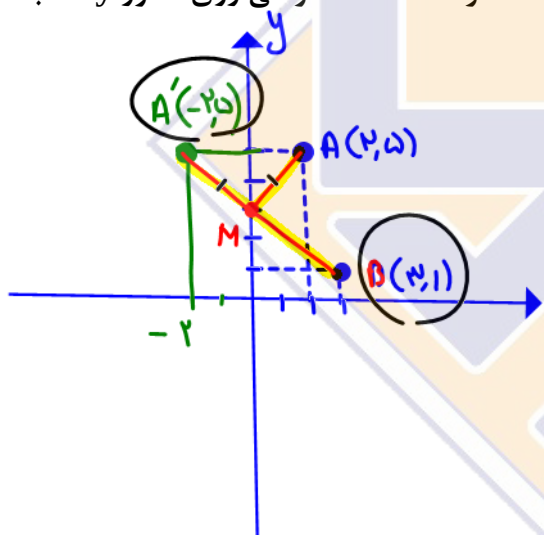
۳۰ (۲)

۴۵ (۳)

۲۰ (۴)

۱۱. نقاط $A(2, 5)$ و $B(3, 1)$ در صفحه محورهای مختصات مفروض‌اند. اگر M نقطه دلخواهی روی محور y ها باشد،

کم‌ترین مقدار $MA + MB$ کدام است؟



$$\sqrt{(3+2)^2 + (5-1)^2}$$

$$= \sqrt{25 + 16} = \sqrt{41}$$

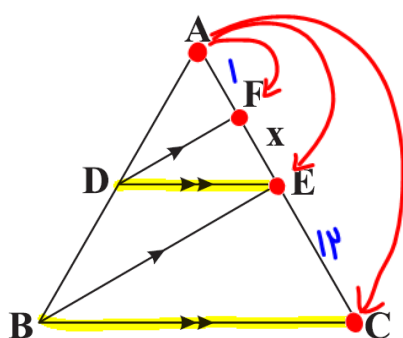
$\sqrt{17}$ (۱)

$\sqrt{31}$ (۲)

$\sqrt{41}$ (۳)

$\sqrt{51}$ (۴)

۱۲. با توجه به شکل $DE \parallel BC$ ، $DF \parallel BE$ ، $EC = 12$ و $AF = 1$ است. مقدار x کدام است؟



$$\left(\frac{1}{x+1} \right)^2 = \left(\frac{1}{x+13} \right) \times \left(\frac{1}{12} \right)$$

$$(x+1)^2 = 1(x+13) \rightarrow x=3$$

۲ (۱)

۳ (۲)

۴ (۳)

۵ (۴)



۱۳. اگر $A = \begin{bmatrix} 3 & -5 \\ 1 & -2 \end{bmatrix}$ باشد، کوچک ترین درایه ماتریس $((A^{-1})^{-1})^{-1} + (((I^{-1})^{-1})^{-1})^{-1}$ کدام گزینه است؟

$$\bar{A}^{-1} + I \rightarrow \begin{bmatrix} 2 & -5 \\ 1 & -3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & -5 \\ 1 & -2 \end{bmatrix}$$

- (۱) -۶
(۲) -۵
(۳) ۳
(۴) -۱

$$\frac{1}{-1} \begin{bmatrix} -2 & 5 \\ -1 & 3 \end{bmatrix}$$

$$(A^{-1})^{-1} = A$$

۱۴. اگر A یک ماتریس مربعی مرتبه ۳ و $3A = 6I - 12A^{-1}$ باشد، مقدار $|-2A^3|$ کدام است؟

$$\div 3 \rightarrow A = 2I - 4\bar{A}^{-1} \xrightarrow{\times A} \boxed{A^2 = 2A - 4I}$$

$$\bar{A}^2 = 2I - 4\bar{A}^{-1}$$

$$\bar{A}^2 = -4\bar{A}^{-1} \xrightarrow{\times A} \bar{A}^3 = -4I$$

$$|-2A^3| = |14I| = 14^3 |I|$$

$$14^3 \times 1 = 2744$$

$$|kA_{n \times n}| = k^n |A|$$

- (۱) -۲۰۴۸
(۲) ۴۰۹۶
(۳) -۴۰۹۶
(۴) ۲۰۴۸

۱۵. دو دایره $x^2 + y^2 - 4x - 2y = 2$ و $x^2 + y^2 + 4x = 12$ چند مماس مشترک دارند؟

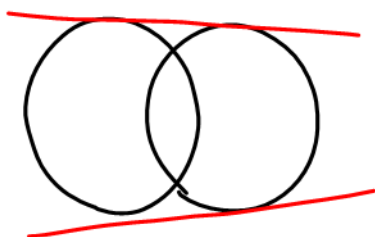
$$O'(-2, 0)$$

$$O(2, 1)$$

$$R' = \frac{1}{\sqrt{14+28}} = 1$$

$$R = \frac{1}{\sqrt{14+4+14}} = \sqrt{2}$$

- (۱) صفر
(۲) ۲
(۳) ۳
(۴) ۴



$$OO' = \sqrt{14+1} = \sqrt{15}$$

$$R - R' < \sqrt{15} = R, \dots < R + R'$$

$$R - R' < OO < R + R'$$



۱۶. بر روی دو بردار $\vec{a} = 2\vec{i} + \vec{j} + \vec{k}$ و $\vec{b} = \vec{k} - \vec{j}$ یک متوازی الاضلاع ساخته شده است. زاویه بین دو قطر این

متوازی الاضلاع کدام است؟

$$a \cdot b = |a||b|\cos \alpha$$

$$\cos \alpha = \frac{a \cdot b}{|a||b|}$$



$$\vec{a} (2, 1, 1)$$

$$\vec{b} (0, -1, 1)$$

$$a+b (2, 0, 2)$$

$$a-b (2, 2, 0)$$

$$\cos \theta = \frac{4+0+0}{2\sqrt{2} \times 2\sqrt{2}} = \frac{1}{2}$$

$$\theta = 90^\circ$$

$$\frac{\pi}{3}$$

$$\frac{\pi}{4}$$

$$\frac{\pi}{6}$$

$$\frac{\pi}{2}$$

۱۷. اگر عدد $\overline{a746b}$ بر ۳۶ بخش پذیر باشد، باقی مانده تقسیم بزرگ ترین مقدار $N = \overline{23ba1}$ بر ۱۱ کدام

است؟

(۱) صفر

(۲) ۲

(۳) ۶

(۴) ۱۰

۱۸. در معادله $11 = 7x - 3y$ ، x و y اعداد صحیح هستند. برای $x + y$ چند عدد دو رقمی و طبیعی به دست می آید؟

(۱) ۸

(۲) ۱۰

(۳) ۹

(۴) ۱۱



۱۹. تعداد مربع‌های لاتین به صورت $\begin{bmatrix} 1 & & \\ & & \\ & & 1 \end{bmatrix}$ کدام است؟

۱	۲	۳
۲	۳	۱
۳	۱	۲

۱	۳	۲
۳	۲	۱
۲	۱	۳

- ۲ (۱)
۳ (۲)
۴ (۳)
۶ (۴)

۲۰. در یک گراف کامل رابطه $q + p = 3\Delta + \delta + 1$ برقرار است. اندازه گراف کدام می‌تواند باشد؟

$$\frac{p(p-1)}{2} + p = 3(p-1) + p - 1 + 1$$

$$= 3p - 3 + p$$

$$= 4p - 3$$

$\times 2$

$$p^2 - p + 2p = 8p - 6$$

$$p^2 - 7p + 6 = 0$$

$p=1$ ✗
 $p=6$ → $k_4 \rightarrow q = \binom{4}{2} = 15$

- ۱۰ (۱)
۱۵ (۲)
۲۱ (۳)
۲۸ (۴)

تحصیل باما