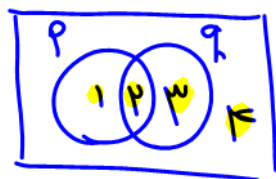




آزمون جامع شماره ۳



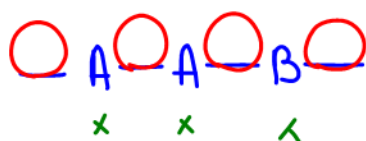
۱. هم ارز منطقی عبارت $((p \vee \sim q) \wedge (\sim p \vee \sim q)) \vee q$ کدام است؟

- p (۱)
q (۲)
 $\sim p$ (۳)
T (۴)

$$\sim q \vee (p \wedge \sim p) \vee q$$

$$\equiv T$$

۲. می خواهیم با استفاده از ۳ عدد طبیعی متمایز یک رقمی و حروف A، B و یک کد شش حرفی بسازیم به طوری که هیچ دو عددی کنار هم نباشند، به چند روش مختلف می توان این کار را انجام داد؟



۱, ۲, ۳, ۴, ۵, ۶, ۷, ۸, ۹

- ۶۰۴۸ (۱)
۵۰۴۸ (۲)
۶۰۸۴ (۳)
۵۰۸۴ (۴)

$$\binom{9}{3} \times \binom{4}{2} \times 3! \times \frac{3!}{1!}$$

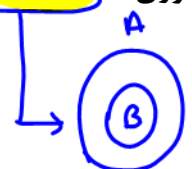
انتخاب ۳ رقمی

$$12 \times 4 \times 9 \times 3 = 4048$$

۳. اگر A و B دو پیشامد از فضای نمونه باشند به طوری که $B \subseteq A$ ، حاصل $\frac{P(A|B')}{P(A \cup B)}$ ، $P(B) = \frac{1}{5}$ و $P(A) = \frac{1}{3}$ کدام است؟

$$\frac{\frac{P(A \cap B')}{P(B')}}{\frac{P(A)}{P(A)}} = \frac{\frac{P(A) - P(A \cap B)}{P(B')}}{P(A)}$$

$$= \frac{\frac{\frac{1}{3} - \frac{1}{5}}{\frac{4}{5}}}{\frac{1}{3}} = \frac{2}{3}$$



$$\begin{cases} P(A \cup B) = P(A) = \frac{1}{3} \\ P(A \cap B) = P(B) = \frac{1}{5} \end{cases}$$

- کدام است؟
 $\frac{2}{3}$ (۱)
 $\frac{2}{9}$ (۲)
 $\frac{3}{4}$ (۳)
 $\frac{1}{4}$ (۴)

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

$$P(A - B) = P(A) - P(A \cap B)$$



۴. اگر میانگین و واریانس ۸ داده آماری به ترتیب ۵ و ۴ باشد و داده‌های ۵ و ۴ را به داده‌های قبلی اضافه کنیم،

واریانس ۱۱ داده نهایی کدام است؟

۲۵
۱۱ (۱)

۳ (۲)

۳۴
۱۱ (۳)

۳۷
۱۱ (۴)

$$\sum_{i=1}^n x_i = 8$$

$$\bar{x} = \frac{5 + 4 + 8}{11} = \frac{17}{11}$$

$$s^2 = \frac{(x_1 - \bar{x})^2 + \dots + (x_n - \bar{x})^2}{n} = 4$$

$$s^2 = \frac{17^2 + 1 + 1}{11} = \frac{295}{11}$$

۵. در جعبه A، ۴ مهره سفید و ۲ مهره سیاه، در جعبه B، ۳ مهره سیاه و ۳ مهره سفید و در جعبه C، ۲ مهره سفید

و ۴ مهره سیاه موجود است. دو جعبه به تصادف انتخاب می‌کنیم و از هر جعبه یک مهره خارج می‌کنیم. احتمال آنکه ۲

مهره سفید خارج شود، کدام است؟

۱۳
۴۵ (۱)

۱۳
۵۴ (۲)

۳۱
۵۴ (۳)

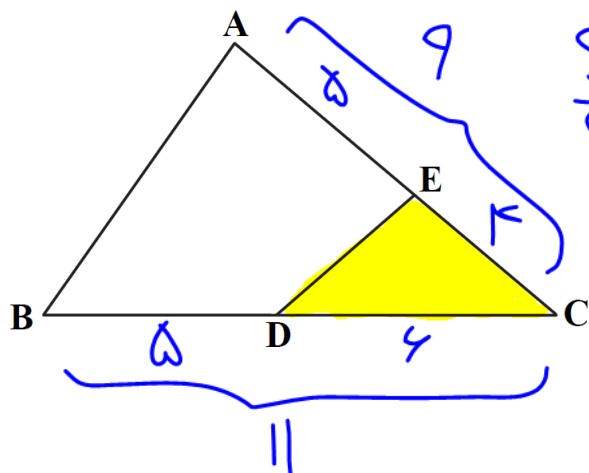
۳۱
۴۵ (۴)



$$\begin{aligned} & \frac{1}{3} \rightarrow B, A \rightarrow \frac{3}{4} \times \frac{4}{9} = \frac{1}{3} \\ & \frac{1}{3} \rightarrow C, A \rightarrow \frac{2}{4} \times \frac{4}{9} = \frac{1}{9} \\ & \frac{1}{3} \rightarrow C, B \rightarrow \frac{2}{4} \times \frac{3}{4} = \frac{1}{4} \end{aligned}$$

$$\rightarrow \frac{1}{3} \left[\frac{1}{3} + \frac{1}{9} + \frac{1}{4} \right] = \frac{13}{54}$$

۶. در شکل روبه‌رو داریم $\frac{CD}{BD} = \frac{6}{5}$ و $\frac{AE}{EC} = \frac{5}{4}$ ، مساحت مثلث DEC چه کسری از مساحت مثلث ABC است؟



$$\frac{S_{DEC}}{S_{ABC}} = \frac{\frac{1}{2} \times 6 \times 4 \times \sin C}{\frac{1}{2} \times 11 \times 9 \times \sin C} = \frac{1}{11}$$

۲۴
۳۳ (۱)

۱۶
۹۹ (۲)

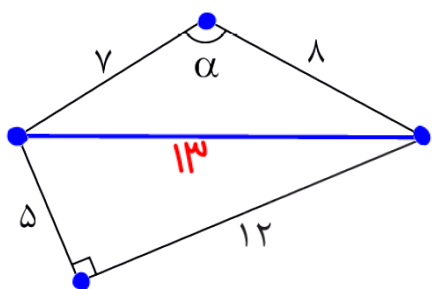
۸
۳۳ (۳)

۳۲
۹۹ (۴)

$$S = \frac{1}{2} ab \sin \alpha$$



۷. در شکل زیر $\tan \alpha$ برابر کدام است؟



$$149 = 7^2 + 8^2 - 2(7)(8) \cos \alpha$$

$$112 \cos \alpha = -56$$

$$\cos \alpha = \frac{-1}{2} \rightarrow \alpha = 120^\circ$$

$$\tan 120^\circ = -\sqrt{3}$$

$$-\frac{\sqrt{3}}{2} \quad (1)$$

$$-\sqrt{3} \quad (2) \checkmark$$

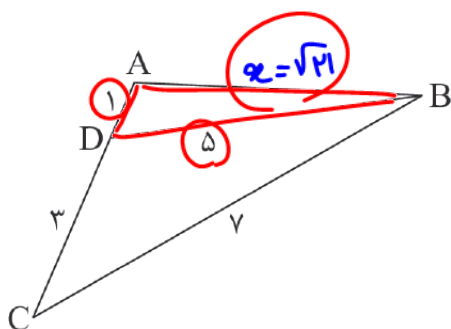
$$-\frac{1}{2} \quad (3)$$

$$-\frac{1}{\sqrt{3}} \quad (4)$$



$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \alpha$$

۸. در شکل زیر، محیط مثلث ABD برابر کدام است؟



$$25 = \frac{3^2 + 4^2}{4} - 3$$

$$112 = 3^2 + 4^2 \rightarrow 3^2 = 93$$

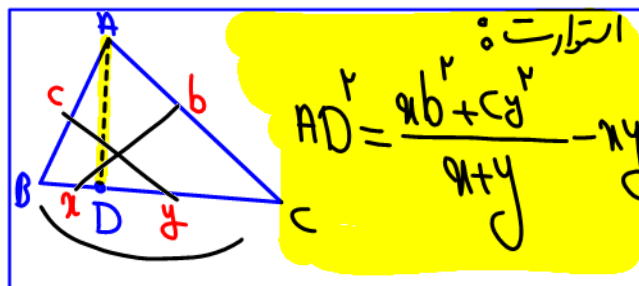
$$\alpha^2 = 21 \rightarrow \alpha = \sqrt{21}$$

$$\sqrt{21} + 6 \quad (1) \checkmark$$

$$\sqrt{21} + 11 \quad (2)$$

$$\sqrt{19} + 6 \quad (3)$$

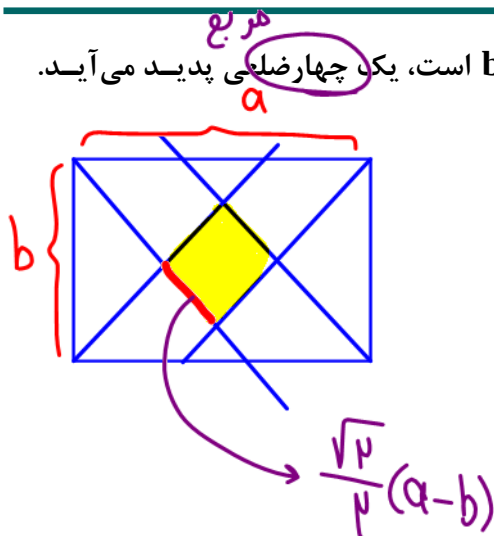
$$\sqrt{22} + 11 \quad (4)$$



$$AD^2 = \frac{ab^2 + cy^2}{a+y} - xy$$

۹. از برخورد نیمسازهای زوایای داخلی یک مستطیل که طول و عرضش a و b است، یک چهارضلعی پدید می آید.

مساحت این چهارضلعی کدام است؟



$$S = \left[\frac{\sqrt{p}}{p} (a-b) \right]^2$$

$$= \frac{1}{p} (a-b)^2$$

$$\frac{1}{2} ab \quad (1)$$

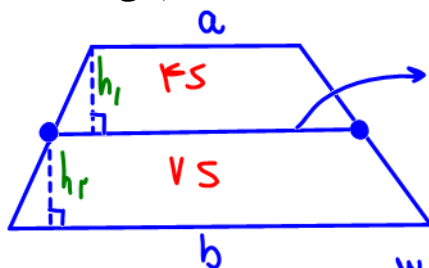
$$\frac{1}{2} (a^2 - b^2) \quad (2)$$

$$\frac{1}{2} (a-b)^2 \quad (3) \checkmark$$

$$\frac{1}{2} (a^2 + b^2) \quad (4)$$



۱۰. در یک دوزنقه، خطی که وسط ساق‌ها را به هم وصل می‌کند، مساحت آن را به نسبت ۴ به ۷ تقسیم می‌کند،



$$\frac{a+b}{2}$$

$$\frac{\frac{1}{2} \times \left(\frac{a+b}{2} \right) \times \frac{h_1}{2}}{\frac{1}{2} \times \left(b + \frac{a+b}{2} \right) \times \frac{h_2}{2}} = \frac{4}{7}$$

$$\frac{\frac{3a+b}{2}}{\frac{3b+a}{2}} \rightarrow \frac{3a+b}{3b+a} = \frac{4}{7} \rightarrow 12b + 4a = 12a + 7b$$

$$4b = 14a$$

$$\frac{a}{b} = \frac{2}{7}$$

نسبت قاعده‌های دوزنقه کدام است؟

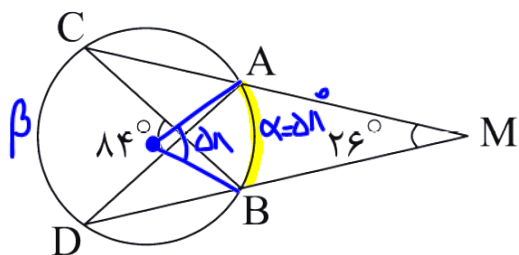
۷/۱۵ (۱)

۴/۱۵ (۲)

۷/۱۷ (۳)

۵/۱۷ (۴) ✓

۱۱. در شکل زیر، شعاع دایره ۱۸ واحد است. طول کمان AB چند برابر π است؟



$$\frac{\alpha + \beta}{2} = 14 \rightarrow \alpha + \beta = 28$$

$$\frac{\beta - \alpha}{2} = 24 \rightarrow \beta - \alpha = 48$$

$$\beta = 110$$

$$\alpha = 58$$

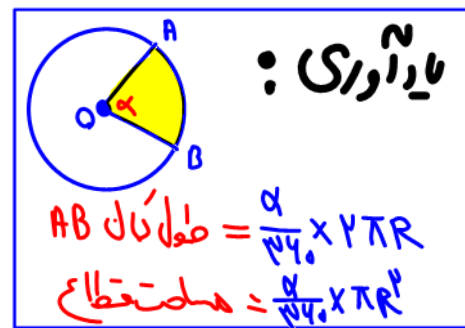
۴/۸ (۱)

۵/۸ (۲) ✓

۴/۶ (۳)

۵/۶ (۴)

$$\widehat{AB} = \frac{58}{360} \times 2\pi \times 18 = 18\pi$$

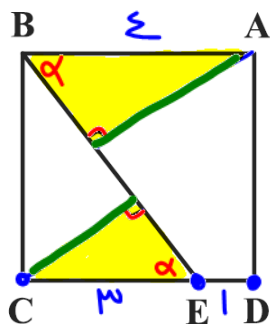


پاره‌دوری :

$$\widehat{AB} = \frac{\alpha}{360} \times 2\pi R$$

$$\text{مساحت قطاع} = \frac{\alpha}{360} \times \pi R^2$$

۱۲. در شکل زیر نقطه E، ضلع CD از مربع ABCD را به نسبت ۱ به ۳ تقسیم کرده است. نسبت فاصله‌های C و A از پاره خط BE کدام است؟



$$k = \frac{3}{4} = 0.75$$

۰/۶ (۱)

۰/۶۴ (۲)

۰/۷۵ (۳) ✓

۰/۸ (۴)



۱۳. اگر $B = \begin{bmatrix} -2 & 1 \\ 3 & 0 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$ باشد، درایه واقع بر سطر ۳ و ستون ۳ ماتریس

$A = \begin{bmatrix} 2 & 3 & -2 \\ 0 & 1 & 2 \\ 2 & 2 & -1 \end{bmatrix}$

کدام است $A^2 + 2AB + A + 2B$ ؟

$$A(A+2B) + (A+2B)$$

$$(A+I)(A+2B) = \begin{bmatrix} 2 & 4 & -4 \\ -6 & 2 & 4 \\ -1 & 3 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ -6 \\ -1 \end{bmatrix} = 4 - 12 + 5 = -1$$

(۱) -۶

(۲) ۶

(۳) ۸

(۴) -۸

۱۴. اگر $|A| = \begin{bmatrix} 2|A| & -2 \\ 7|A| & -3 \end{bmatrix}$ باشد، دترمینان ماتریس $(1 + |A|)A^{-1}$ کدام است؟ ($|A| < 1$)

$$|A| = -4|A|^2 + 14|A| - 4$$

$$4|A|^2 - 13|A| + 4 = 0$$

$$\frac{13 \pm \sqrt{13^2 - 4 \cdot 4 \cdot 4}}{2 \cdot 4} = \frac{13 \pm 5}{8}$$

$$|A^{-1}| = \left(\frac{5}{8}\right)^2 \times \frac{1}{|A|}$$

$$\frac{25}{64} \times \frac{8}{4} = \frac{25}{32}$$

(۱) $\frac{5}{2}$

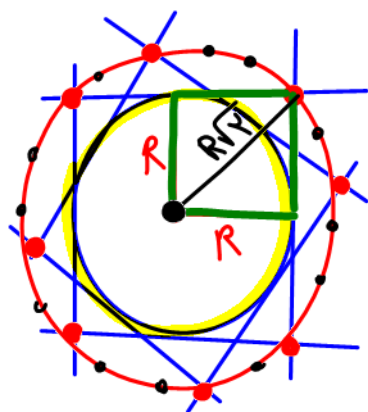
(۲) $\frac{15}{4}$

(۳) $\frac{50}{27}$

(۴) $\frac{25}{6}$

$$|A^{-1}| = \frac{1}{|A|} \quad |kA_{nn}| = k^n |A|$$

۱۵. اندازه مساحت مکان هندسی نقاطی از صفحه که از آن نقاط دو مماس با زاویه 90° بر دایره‌ای که دو سر قطری از آن $A(-4, 7)$ و $B(2, -1)$ است، رسم می‌شود کدام است؟



$$C(0, R) \rightsquigarrow C'(0, R\sqrt{2})$$

$$R = \sqrt{34 + 74} \rightarrow R = 5$$

(۱) 60π

(۲) 30π

(۳) 25π

(۴) 50π

$$S_{\text{مومن}} = \pi (5\sqrt{2})^2 = 50\pi$$



۱۶. اگر برای بردارهای a و b ، $|\vec{a}| = 2$ و $|\vec{b}| = 3$ و $|(\vec{a} \cdot \vec{b})(\vec{a} \times \vec{b})| = 9\sqrt{3}$ ، مساحت مثلث بنا شده بر $\vec{a}$ و $\vec{b}$ کدام می تواند باشد؟

$$|\vec{a}||\vec{b}|\cos\theta \quad |\vec{a}||\vec{b}|\sin\theta$$

$$|\vec{a}|^2 |\vec{b}|^2 \sin\theta \cos\theta = 9\sqrt{3}$$

$$2 \times 3 \times \frac{1}{2} \sin 2\theta = \frac{9\sqrt{3}}{2}$$

$$\begin{cases} S = \frac{1}{2} \times 2 \times 3 \times \frac{1}{2} = \frac{3}{2} \\ S = \frac{1}{2} \times 2 \times 3 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{3\sqrt{3}}{2} \end{cases}$$

$$\begin{aligned} 2\theta = 60^\circ &\rightarrow \theta = 30^\circ \\ 2\theta = 120^\circ &\rightarrow \theta = 60^\circ \end{aligned}$$

$$\frac{9}{2} \quad (1)$$

$$6 \quad (2)$$

$$\frac{3}{2} \quad (3)$$

$$1 \quad (4)$$

۱۷. مجموع ارقام بزرگ ترین عدد سه رقمی n که به ازای آن دو عدد به صورت $(\underline{5n-2})$ و $(\underline{7n+1})$ نسبت به هم غیر اول هستند، کدام است؟

$$\begin{aligned} d | 5n-2 \\ d | 7n+1 \end{aligned} \rightarrow d | 19 \rightarrow d = 19 \rightarrow \boxed{d=19}$$

$$5n-2 \equiv 0 \pmod{19}$$

$$5n \equiv 2 \pmod{19} \rightarrow 5n \equiv 40 \pmod{19} \rightarrow n \equiv 8 \pmod{19}$$

$$n = 19k + 8$$

$$54$$

$$9+9+4 = 22$$

$$21 \quad (1)$$

$$22 \quad (2)$$

$$23 \quad (3)$$

$$24 \quad (4)$$

۱۸. a عدد صحیح و $18a \equiv 300$ می باشد. باقی مانده $a^2 + a$ بر ۷ کدام است؟

$$7 | 11$$

$$18a \equiv 300 \pmod{7}$$

$$fa \equiv 6 \pmod{7}$$

$$fa \equiv 20 \pmod{7} \rightarrow a \equiv 5 \pmod{7}$$

$$a^2 + a \equiv (5)^2 + 5 \equiv 25 + 5 \equiv 30 \equiv 2 \pmod{7}$$

$$5 \quad (1)$$

$$6 \quad (2)$$

$$3 \quad (3)$$

$$2 \quad (4)$$



۱۹. ۸ مهره سفید یکسان را به چند طریق می توان در ۵ جعبه گذاشت به طوری که مجموع مهره های جعبه های اول و

دوم بیشتر از ۲ نباشد؟

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 8 \\ x_1 + x_2 \leq 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 0 \\ \square + \square + \square = 8 \end{cases}$$

$$\binom{0+2-1}{2-1} \binom{1+3-1}{3-1} = 1 \cdot 3 = 3$$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 1 \\ \square + \square + \square = 7 \end{cases}$$

$$2 \binom{1+2-1}{2-1} \binom{7+3-1}{3-1} = 2 \cdot 1 \cdot 7 = 14$$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 2 \\ \square + \square + \square = 6 \end{cases}$$

$$3 \binom{2+2-1}{2-1} \binom{6+3-1}{3-1} = 3 \cdot 1 \cdot 6 = 18$$

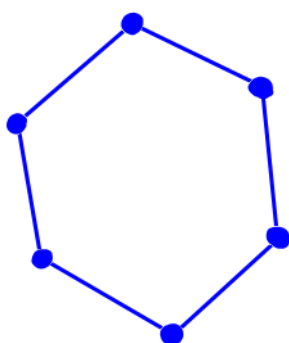
۱۱۷ (۱)

۱۱۳ (۲)

۲۰۵ (۳)

۲۰۱ (۴) ✓

۲۰. به گراف C_4 حداقل چند یال باید اضافه کرد تا مطمئن باشیم عدد احاطه گری آن حتماً برابر یک می شود؟



Full ✓

$$C_4 \rightarrow \chi(G) = \left\lceil \frac{4}{2} \right\rceil = 2$$

$$\left(\frac{13-4}{2} \right) + 1 = 7$$

$$q = 12$$

$$13 - 4 = 9$$

۶ (۱)

۹ (۲)

۸ (۳)

۷ (۴) ✓



آزمون جامع شماره ۴

موسی
فرعون

۱. هم ارز منطقی عبارت $\sim p \wedge (\sim q \wedge r) \vee (q \wedge r) \vee (p \wedge r)$ کدام است؟

$$[\sim(p \vee q) \wedge r] \vee [r \wedge (q \vee p)]$$

- p (۱)
 q (۲)
 r (۳) ✓
 $p \vee q$ (۴)

$$\begin{matrix} T \\ \swarrow \\ \text{ } \end{matrix} \left(\begin{matrix} \text{ } \\ \nwarrow \\ F \end{matrix} \right) \left(\begin{matrix} \text{ } \\ \nwarrow \\ F \end{matrix} \right) \wedge T \equiv r$$

۲. از ۴ دانشکده یک دانشگاه، هر کدام ۵ نفر برای حضور در تیم کوهنوردی دانشگاه اعلام آمادگی کرده‌اند. به چند طریق می‌توان (۴ نفر) از بین این افراد انتخاب کرد به گونه‌ای که دقیقاً متعلق به ۳ دانشکده مختلف باشند؟

$$2 \times 10 \times 3 \times 25$$

$$\binom{4}{3} \times \binom{5}{2} \times 3 \times \binom{5}{1} \times \binom{5}{1} = 3000$$

a	b	c	d
15	15	15	15

- ۱۰۰۰ (۱)
۱۵۰۰ (۲)
۳۰۰۰ (۳) ✓
۶۰۰۰ (۴)

انتخاب ۳ دانشکده

حالت دانشکده‌ای
۴ نفر انتخاب می‌شوند

۳. از میان ۷ دانش آموز پایه دهم و ۵ دانش آموز پایه یازدهم، ۲ نفر به تصادف انتخاب می‌کنیم. احتمال آنکه هر دو نفر از پایه دهم یا هر دو نفر از پایه یازدهم باشند، کدام است؟

$$n(S) = \binom{12}{2} = 66$$

$$n(A) = \binom{7}{2} + \binom{5}{2} = 31$$

$$P = \frac{31}{66}$$

- $\frac{5}{33}$ (۱)
 $\frac{31}{66}$ (۲) ✓
 $\frac{7}{22}$ (۳)
 $\frac{1}{6}$ (۴)



۴. نمرات درس ریاضیات گسسته دانش آموزان یک کلاس مطابق جدول زیر است. اختلاف بین میانگین وزنی و میانه

این نمرات کدام است؟

	-۲	-۲	۰	۱	۳	۴
x	۱۰	۱۲	۱۴	۱۵	۱۶	۱۸
f	۵	۸	۷	۱۰	۶	۴

۰/۲ (۱)

۰/۳ (۲)

۰/۸ (۳)

صفر (۴)

$$\bar{X} = 14 + \frac{-20 - 16 + 10 + 18 + 24}{40} = 14 + 0.2 = 14.2 \Rightarrow \bar{X} = 14.2$$

$$Q_2 = \frac{12 + 15}{2} = 13.5$$

$$13.5 - 14.2 = -0.7$$

۵. اگر $P(A) = 0.5$ و $P(B-A) = 0.4$ مقدار $P(B' | A')$ کدام است؟

$\frac{1}{3}$ (۱)

$\frac{1}{4}$ (۲)

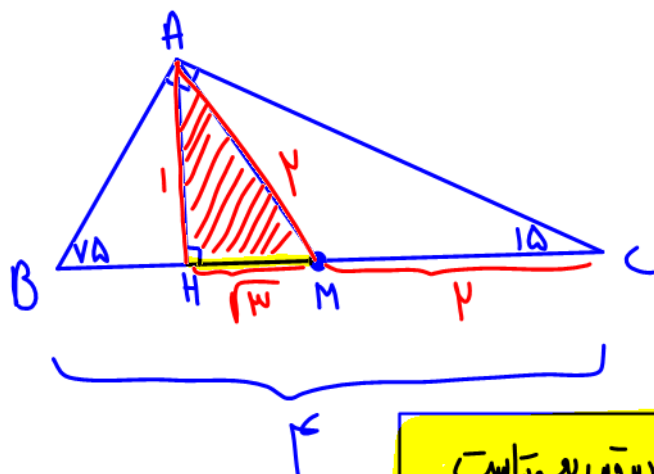
$\frac{1}{5}$ (۳)

$\frac{1}{6}$ (۴)

$$\frac{P(B' \cap A')}{P(A')} = \frac{1 - [P(A) + P(B) - P(A \cap B)]}{1 - P(A)} = \frac{0.1}{0.5} = \frac{1}{5}$$

۶. در مثلث قائم الزاویه ABC ($\hat{A} = 90^\circ$) میانه AM و ارتفاع وارد بر وتر رسم شده است. اگر $\hat{B} = 75^\circ$ باشد،

نسبت $\frac{BC}{HM}$ کدام است؟ $BC = 4$ به خطام



$$\frac{4}{\sqrt{3}} = \frac{4\sqrt{3}}{3}$$

$\frac{\sqrt{3}}{2}$ (۱)

$\frac{\sqrt{3}}{4}$ (۲)

$\frac{\sqrt{3}}{3}$ (۳)

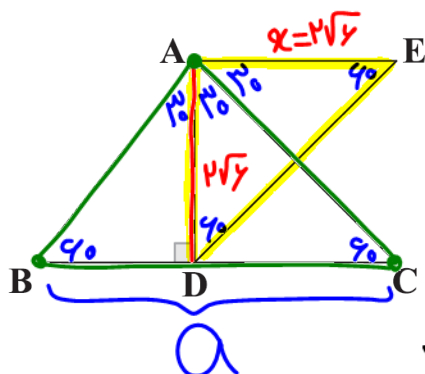
$\frac{4\sqrt{3}}{3}$ (۴)

در مثلث قائم الزاویه میانه از وتر ارتفاع وارد بر وتر ربع وتر است



۷. با توجه به شکل، اگر مثلث ABC و ADE متساوی الاضلاع و $AD \perp BC$ و مساحت مثلث ADE بر $۶\sqrt{۳}$ باشد،

آن گاه مساحت مثلث ABC کدام است؟



$$\frac{x^2 \sqrt{3}}{4} = 6\sqrt{3} \rightarrow x^2 = 24 \rightarrow x = 2\sqrt{4}$$

$$2\sqrt{4} = \frac{\sqrt{3}}{2} a \rightarrow a = 4\sqrt{2}$$

$$S_{ABC} = \frac{(4\sqrt{2})^2 \times \sqrt{3}}{4} = 16\sqrt{3}$$

۴√۳ (۱)

۶√۳ (۲)

۸√۳ (۳)

۱۲√۳ (۴)

۸. مساحت یک چند ضلعی شبکه‌ای برابر (۵) است. اختلاف بین حداکثر و حداقل مقدار ممکن برای مجموع تعداد

نقاط مرزی و درونی این چندضلعی کدام است؟

$$S = \frac{b}{2} + i - 1$$

$$\frac{b}{2} + i - 1 = 5$$

$$\begin{cases} \min(i) = 0 \\ \max(b) = 12 \end{cases} \rightarrow 12$$

$$12 - 1 = 11$$

$$\begin{cases} \max(i) = 4 \\ \min(b) = 4 \end{cases} \rightarrow 8$$

۲ (۱)

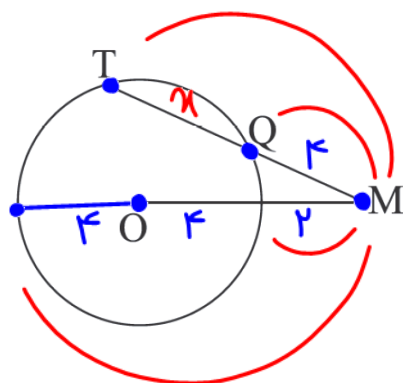
۳ (۲)

۴ (۳)

۵ (۴)

۹. در دایره $C(O, 4)$ شکل زیر، $MQ = 4$ و فاصله M تا مرکز دایره برابر ۶ است. اندازه TQ چقدر

است؟



$$4(x+4) = 2 \times 10$$

$$x = 1$$

۵ (۱)

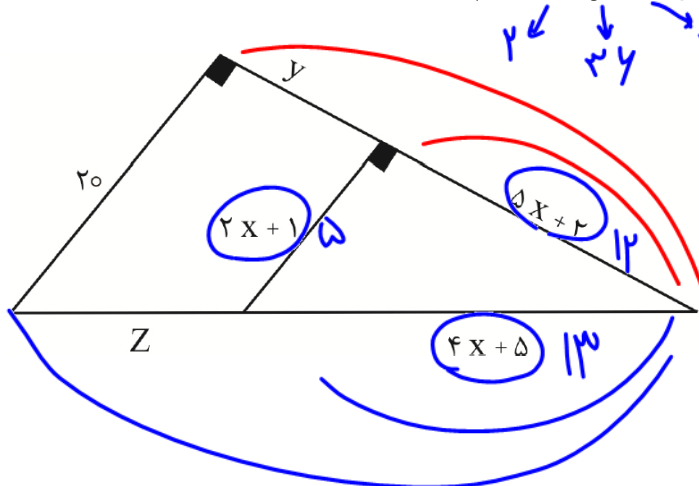
۵/۲ (۲)

۱ (۳)

۱/۲ (۴)



۱۰. با توجه به قائم الزاویه بودن مثلث‌های موجود در شکل، $x + y + z$ کدام است؟



$$\frac{12}{12+y} = \frac{1}{4} \rightarrow 12+y=48$$

$$y=36$$

$$\frac{13}{13+z} = \frac{1}{4} \rightarrow 52=13+z$$

$$z=39$$

$$x+y+z=77$$

۷۷ (۱)

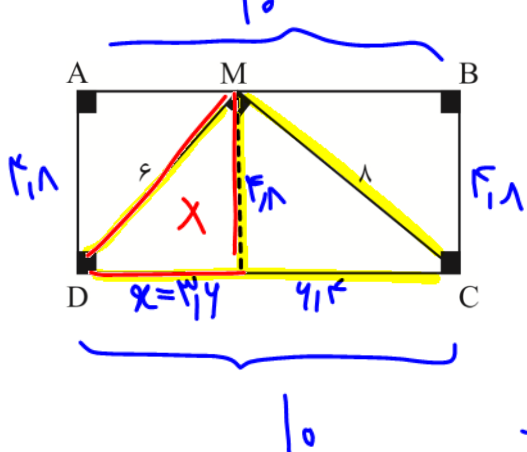
۷۲ (۲)

۸۷ (۳)

۸۲ (۴)

۱۱. با توجه به اندازه‌های روی شکل، اندازه محیط مستطیل ABCD چقدر با مقدار محیط کوچک‌ترین مثلث قائم

الزاویه تفاوت دارد؟



$$34 = x \times 10$$

$$4 \times 8 = 10 \times h \rightarrow h=3.2$$

$$\text{محیط مستطیل} = 20 + 9.6 = 29.6$$

$$\text{کوچک‌ترین مثلث} = 4 + 3.2 + 3.2 = 10.4$$

۱۵/۲ (۱)

۱۲/۸ (۲)

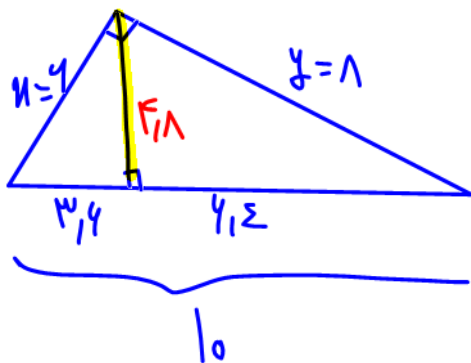
۱۰/۴ (۳)

۵/۶ (۴)

۱۵/۲

۱۲. در یک مثلث قائم‌الزاویه، اندازه دو پاره‌خطی که ارتفاع وارد بر وتر می‌کند، ۳/۶ و ۶/۴

سانتی‌متر است. نسبت محیط این مثلث به ارتفاع وارد بر وتر کدام است؟



$$x^2 = 3.6 \times 10 \rightarrow x=6$$

$$y^2 = 6 \times 10 \rightarrow y=8$$

$$12$$

۲۴ (۱)

۵ (۲)

۱۴ (۳)

۱۰ (۴)

$$\frac{12}{3.6} = \frac{120}{3.6} = 33.3$$



۱۳. برای دو ماتریس A و B اگر $A+B = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}$ و $2A-B = \begin{bmatrix} -2 & 4 \\ 5 & -1 \end{bmatrix}$ باشد، بزرگ‌ترین درایه AB کدام است؟

$$3A = \begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 4 & 2 \end{bmatrix} \rightarrow A = \begin{bmatrix} \frac{1}{3} & \frac{2}{3} \\ \frac{4}{3} & \frac{2}{3} \end{bmatrix} + \underbrace{\begin{bmatrix} \frac{1}{3} & 0 \\ -1 & \frac{4}{3} \end{bmatrix}}_B = \begin{bmatrix} \frac{2}{3} & \frac{2}{3} \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$$

$$\rightarrow \begin{bmatrix} \frac{1}{3} & \frac{2}{3} \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{1}{3} & 0 \\ -1 & \frac{4}{3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{10}{9} & \frac{14}{9} \\ \frac{12}{3} & \frac{12}{9} \end{bmatrix}$$

- است؟
- (۱) $\frac{14}{9}$
- (۲) $\frac{7}{3}$
- (۳) $\frac{14}{3}$ ✓
- (۴) $\frac{17}{3}$

۱۴. اگر $A = \begin{bmatrix} \cos 15^\circ & \sin 15^\circ \\ \sin 15^\circ & -\cos 15^\circ \end{bmatrix}$ ، $B = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ و $C = ABA$ ، ماتریس C^{20} کدام است؟

$$A^2 = \begin{bmatrix} \cos 15^\circ & \sin 15^\circ \\ \sin 15^\circ & -\cos 15^\circ \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos 15^\circ & \sin 15^\circ \\ \sin 15^\circ & -\cos 15^\circ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \rightarrow A^2 = I$$

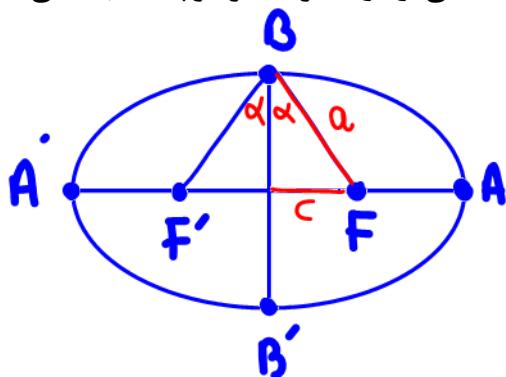
$$ABA \cancel{ABA} \cancel{ABA} \cancel{ABA} \dots ABA$$

$$B^2 = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = I$$

$$AB \dots BA = A \underbrace{B^{20}}_I A = A^2 = \underbrace{I}_{I}$$

- A (۱)
- B (۲)
- I (۳) ✓
- O (۴)

۱۵. در یک بیضی با خروج از مرکز $\frac{\sqrt{3}}{3}$ ، اگر F و F' کانون‌ها و B یکی از دو سر قطر کوچک بیضی باشد، $\cos(\angle FBF')$ کدام است؟



$$\sin \alpha = \frac{c}{a} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$\cos 2\alpha = 1 - 2\sin^2 \alpha$$

$$= 1 - 2\left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right)^2 = \frac{1}{3}$$

- (۱) $\frac{1}{3}$ ✓
- (۲) $-\frac{1}{3}$
- (۳) $\frac{2}{3}$
- (۴) $-\frac{2}{3}$



۱۶. a, b و c سه بردار یک‌هاند، به طوری که دوبره دو با یکدیگر زاویه 60° می‌سازند. اندازه بردار $3a - b + 2c$ کدام است؟

$$9|a|^2 + |b|^2 + 4|c|^2 - 4(a \cdot b) + 12(a \cdot c) - 4(b \cdot c)$$

$$9 + 1 + 4 - 3 + 4 - 2 = 15 \rightarrow |3a - b + 2c| = \sqrt{15}$$

است؟

$\sqrt{11}$ (۱)

$\sqrt{13}$ (۲)

$\sqrt{14}$ (۳)

$\sqrt{15}$ (۴) ✓

۱۷. باقی‌مانده تقسیم عدد صحیح a بر ۹ و ۱۰ به ترتیب ۸ و ۱ می‌باشد. باقی‌مانده a بر ۹۰، r می‌باشد. کدام گزینه صحیح است؟

$$a \equiv 8 \pmod{9}, a \equiv 1 \pmod{10} \rightarrow a \equiv 71 \pmod{90}$$

صحیح است؟

$7|r+1$ (۱)

$11|r+1$ (۲)

$16|r+1$ (۳)

$8|r+1$ (۴) ✓

$8|72$

۱۸. اگر عدد $4\overline{xyxy}$ بر ۹۹ بخش پذیر باشد، $x+y$ کدام است؟

$$\begin{array}{r} 4\overline{xyxy} \\ 99 \overline{) 4xyxy} \\ \underline{99} \\ 99 \\ \underline{99} \\ 0 \end{array}$$

۸ (۱)

۲ (۲)

۶ (۳)

۴ (۴)



۱۹. به چند طریق می‌توان ۸ خودکار یکسان را بین سه نفر توزیع کرد، به طوری که فقط به یک نفر ۱ خودکار برسد و

به بقیه حداقل دو خودکار برسد؟

$$x_1 + x_2 + x_3 = 8$$

$$x_2 + x_3 = 7$$

$$\binom{7+3-1}{3-1} = 4$$

$$\begin{aligned} x_2 &\geq 2 \\ x_3 &\geq 2 \\ x_1 &= 1 \end{aligned}$$

۱۸ (۱)

۱۲ (۲)

۱۵ (۳)

۲۴ (۴)

$$\binom{7}{1} = \binom{7}{6}$$

این روشی است
افزودن ۱

$$3 \times 4 = 12$$

جواب

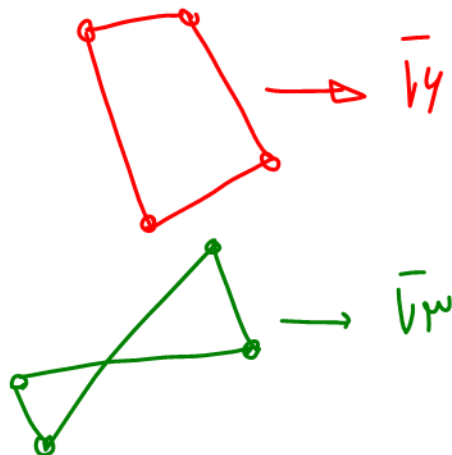
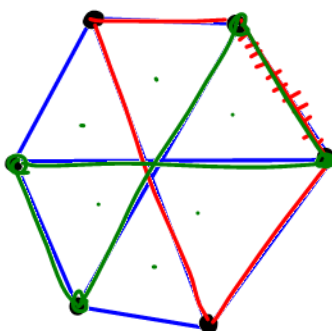
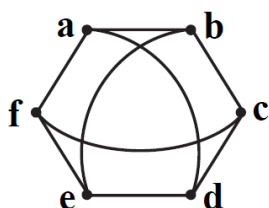
۲۰. گراف روبه‌رو، چند دور به طول ۴ دارد؟

۶ (۱)

۸ (۲)

۹ (۳)

۱۰ (۴)



۱۴، ۲، ۳

طسب/نیزه

۱۴

ع