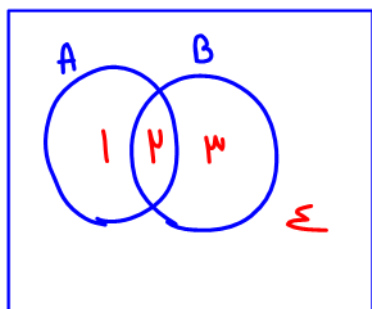




آزمون جامع شماره ۵

۱. اگر A و B دو مجموعه دلخواه باشند، حاصل عبارت $[(B-A') \cup (A-B)] \cap [(A'-B) \cup (B-A)]$ همواره برابر کدام مجموعه است؟ (U مجموعه مرجع است).



$A \cap B$ (۱)

$A' \cap B'$ (۲)

$\emptyset$ (۳)

U (۴)

۲. معادله $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 9$ چند جواب صحیح نامنفی دارد که $x_4 \neq 4$ باشد؟

$$|S| = \binom{9+5-1}{5-1} = \binom{13}{4} = \frac{13 \times 12 \times 11 \times 10}{4 \times 3 \times 2 \times 1} = 715$$

۶۴۰ (۱)

۶۴۵ (۲)

۶۵۹ (۳)

۷۱۵ (۴)

$$n_S = 3 \rightarrow x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 5 \rightarrow \binom{5+4-1}{4-1} = \binom{8}{3} = 56$$



جواب: $715 - 56 = 659$

۳. برای دو پیشامد غیر تهی A و B داریم $P(B|A) = \frac{1}{V}$ و $P(B \cap A) = \frac{1}{14}$. مقدار $P(A)$ کدام است؟

$$P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{1}{V}$$

$\frac{1}{4}$ (۱)

$\frac{1}{7}$ (۲)

$\frac{1}{2}$ (۳)

$\frac{4}{7}$ (۴)



۴. میانگین و واریانس $n=20$ داده آماری به ترتیب برابر ۳ و ۴ است. اگر هر داده را در $\frac{1}{2}$ ضرب و با ۱ جمع کنیم، ضریب تغییرات داده‌های جدید کدام است؟

$$\left\{ \begin{array}{l} \bar{X} = 3 \\ \sigma^2 = 4 \end{array} \right\} \xrightarrow{\times \frac{1}{2}} \left\{ \begin{array}{l} \bar{X} = \frac{3}{2} \\ \sigma^2 = 1 \end{array} \right\} \xrightarrow{+1} \left\{ \begin{array}{l} \bar{X} = \frac{5}{2} \\ \sigma^2 = 1 \end{array} \right\} \rightarrow \sigma = 1$$

$$CV = \frac{\sigma}{\bar{X}} = \frac{1}{\frac{5}{2}} = \frac{2}{5}$$

- ۲/۵ (✓)
- ۴/۵ (۲)
- ۵/۴ (۳)
- ۵/۲ (۴)

۵. فضای نمونه یک آزمایش تصادفی به صورت $S = \{1, 2, 3, \dots, n\}$ است. اگر احتمال ظاهر شدن هر عضو فضای نمونه متناسب با همان عدد باشد و $P(2) = \frac{1}{14}$ باشد $P(n)$ کدام است؟

$$1x + 2x + 3x + \dots + nx = 1$$

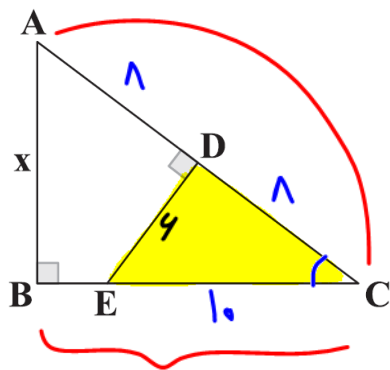
$$\frac{n(n+1)}{2} x = 1 \rightarrow x = \frac{2}{n(n+1)}$$

$$P(1) = 1x \rightarrow \frac{1x}{1x+2x+\dots+nx} = \frac{1x}{24} = \frac{1}{4} \rightarrow \frac{1}{n} = \frac{1}{4} \rightarrow n=4$$

$$\frac{1}{n(n+1)} = \frac{1}{14} \rightarrow n=3$$

- ۱/۴ (✓)
- ۱/۲ (۲)
- ۱/۲۸ (۳)
- ۲/۷ (۴)

۶. با توجه به شکل $AC \perp DE$ ، $AB \perp BC$ و $DC = DA = 8$ و $DE = 6$ است، آنگاه مقدار x کدام است؟



$$\begin{aligned} \hat{C} &= \hat{C} \\ \hat{D} &= \hat{B} \end{aligned} \Rightarrow \triangle DEC \sim \triangle ABC$$

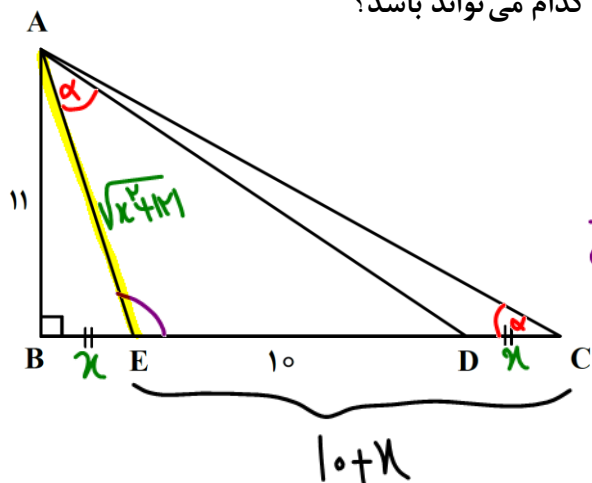
$$\frac{ED}{AB} = \frac{DC}{BC} = \frac{EC}{AC}$$

$$\frac{6}{x} = \frac{8}{10} \rightarrow x = \frac{6 \times 10}{8} = 7.5$$

- ۹/۶ (✓)
- ۹/۸ (۲)
- ۱۰ (۳)
- ۱۰/۴ (۴)



۷. در شکل زیر، $\widehat{DAE} = \widehat{ACD}$ و $BE = DC$ است. اندازه DC کدام می‌تواند باشد؟



$$\triangle AED \sim \triangle CEA$$

$$\frac{AE}{CE} = \frac{ED}{AE} = \frac{AD}{CA}$$

$$AE^2 = ED \cdot CE$$

$$x^2 + 121 = 10 \times (10 + x)$$

$$x^2 + 121 = 100 + 10x \rightarrow x^2 - 10x + 21 = 0$$

$$(x-3)(x-7) = 0$$

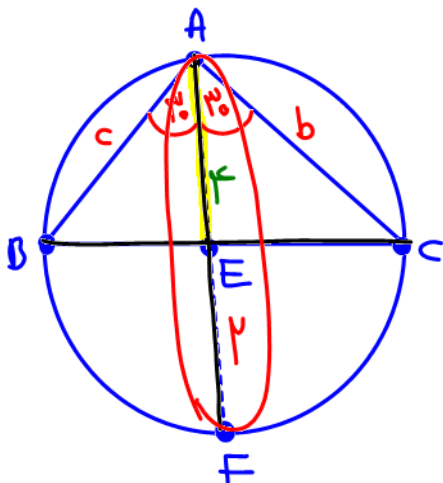
۸ (۱)

۷ (۲)

۶ (۳)

۵ (۴)

۸. در مثلث ABC به مساحت $6\sqrt{3}$ ، $A = 60^\circ$ است. اگر نیمساز زاویه داخلی A با اندازه ۴، دایره محیطی مثلث



را در نقطه F قطع کند، طول AF چقدر است؟

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} bc \sin A = 6\sqrt{3} \rightarrow bc = 24$$

$$14 = bc - BE \cdot EC$$

$$AE \cdot EF = BE \cdot EC$$

$$2 \times 2 = 2 \times 12$$

$$AF = 2 + 2 = 4$$

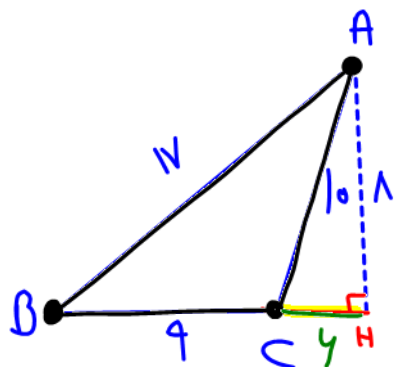
$4\sqrt{3}$ (۱)

۶ (۲)

$4\sqrt{11}$ (۳)

$2\sqrt{3}$ (۴)

۹. در مثلث ABC با طول اضلاع $AB = 17$ ، $AC = 10$ و $BC = 9$ ، عمود AH از A بر امتداد BC رسم شده است.



طول CH کدام است؟

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} \times 17 \times 10 \times \sin A = 34$$

$$S = 34 = \frac{1}{2} \times AH \times 9$$

۵ (۱)

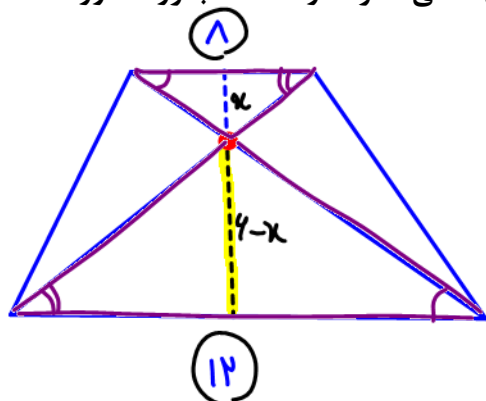
۶ (۲)

۸ (۳)

۱۰ (۴)



۱۰. اندازه دو قاعده یک ذوزنقه ۸ و ۱۲ و ارتفاع آن ۶ واحد است. فاصله محل تلاقی قطرها از قاعده بزرگ ذوزنقه،



کدام است؟

۳/۶ (۱)

۵/۴ (۲)

۴/۲ (۳)

۲/۴ (۴)

$$\frac{x}{4-x} = \frac{8}{12}$$

$$3x = 12 - 2x$$

$$5x = 12 \rightarrow x = \frac{12}{5} = 2,4$$

$$4 - 2,4 = 1,6$$

۱۱. در مستطیل شکل زیر BM قطر AC را در نقطه N قطع کرده است. با توجه به اندازه‌های روی شکل مقدار a

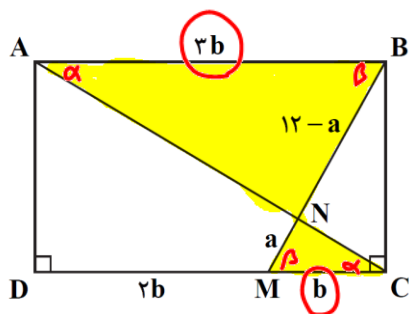
کدام است؟

۶ (۱)

۲ (۲)

۳ (۳)

۴ (۴)



$$\frac{1}{3} = \frac{a}{12-a}$$

$$12-a = 3a$$

$$4a = 12 \rightarrow a = 3$$

۱۲. در شکل زیر AE در نقطه A بر دایره مماس است و دو وتر AB و CD موازی‌اند، به گونه‌ای که D روی BE قرار دارد. اگر $AB = AE = 10$ ، $BD = 21$ و $CD = 2AD + 7$ آنگاه محیط چهارضلعی ABCD کدام

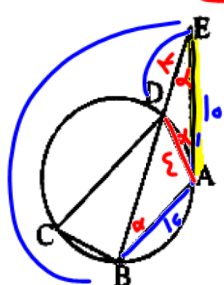
است؟

۳۷ (۱)

۳۵ (۲)

۳۳ (۳)

۲۱ (۴)



$$DA = CB$$

$$100 = \underbrace{ED}_{14} \cdot (\underbrace{ED + 21}_{25})$$

$$AB + AD + DC + CB =$$

$$10 + 14 + 15 + 14$$



۱۳. ماتریس $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 3 & 1 \end{bmatrix} \dots \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ n & 1 \end{bmatrix}$ مفروض است. اگر مجموع درایه‌های ماتریس A برابر ۴۷ باشد، n کدام است؟

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1+\dots+n & 1 \end{bmatrix}$$

$$\frac{n(n+1)}{2}$$

$$\frac{n(n+1)}{2} + 1 = 47$$

$$n(n+1) = 90 \rightarrow n = 9$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1+2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 3 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1+2+3 & 1 \end{bmatrix}$$

- ۸ (۱)
۹ (۲) ✓
۱۰ (۳)
۱۱ (۴)

۱۴. اگر $\begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 0 & x \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ -1 \end{bmatrix} = -3$ باشد، وارون ماتریس $A = \begin{bmatrix} x^2 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ برابر است با:

$$\begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 0 & x \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ -1 \end{bmatrix} = -3$$

$$3x^2 - x + 1 = -3$$

$$x^2 - 2x + 1 = 0$$

$$(x-1)^2 = 0 \rightarrow x = 1$$

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = I$$

$$A^{-1} = (I)^{-1} = I$$

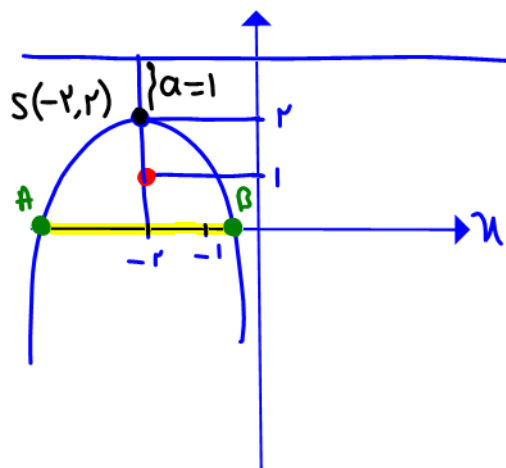
$$\begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (1)$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 3 & 1 \end{bmatrix} \quad (2)$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 5 & 1 \end{bmatrix} \quad (3)$$

$$I \quad (4) \quad \checkmark$$

۱۵. سهمی با کانون $F(-2, 1)$ و خط هادی $y = 3$ محور x ها را در نقطه A و B قطع می‌کند. طول پاره خط AB برابر



$$(x+2)^2 = -4(y-2)$$

$$(x+2)^2 = 8$$

$$\begin{cases} x+2 = \sqrt{8} \rightarrow x = -2 + \sqrt{8} \\ x+2 = -\sqrt{8} \rightarrow x = -2 - \sqrt{8} \end{cases}$$

$$\rightarrow 2\sqrt{8} = 4\sqrt{2}$$

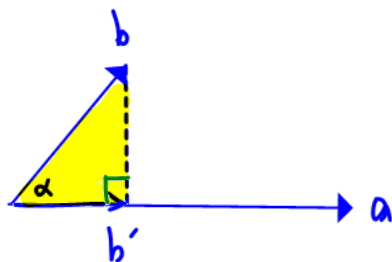
کدام است؟

- $8\sqrt{2}$ (۱)
 $2\sqrt{2}$ (۲)
 $4\sqrt{2}$ (۳) ✓
 $6\sqrt{2}$ (۴)



۱۶. اگر $|a| = 6$ ، $|b| = 5$ و اندازه تصویر بردار b بر امتداد بردار a برابر ۳ باشد، مساحت متوازی الاضلاع بنا شده بر

دو بردار $2a - b$ و $3a + b$ کدام است؟



$$|b'| = 3$$

$$\cos \alpha = \frac{|b'|}{|b|} = \frac{3}{5} \rightarrow \sin \alpha = \frac{4}{5}$$

۸۰ (۱)

۱۰۰ (۲)

۱۲۰ (۳)

۱۴۰ (۴)

$$S = |(2a - b) \times (3a + b)| = |2a \times b + 3a \times b|$$

$$= 5|a \times b| = 5|a||b|\sin \alpha$$

$$5 \times 4 \times 5 \times \frac{4}{5} = 120$$

۱۷. رقم یکان عدد $19^{14} + 13^{74}$ کدام است؟

۱ (۱)

۲ (۲)

۳ (۳)

صفر (۴)

$$13^{74} + 19^{14} \equiv 1 + 9 \equiv 10 \equiv 0$$

۱۸. باقی مانده تقسیم عدد $2 + 5^{41}$ بر ۱۲ چقدر است؟

۵ (۱)

۷ (۲)

۸ (۳)

۱۰ (۴)

$$5^{41} + 2 \equiv 12$$

$$5^{41} + 2 \equiv 12 \pmod{12} \rightarrow 5^{41} + 2 \equiv 12 \pmod{12} \rightarrow 5^{41} + 2 \equiv 12 \pmod{12}$$

$$5^{41} + 2 \equiv 12 \pmod{12}$$

$$5^{41} + 2 \equiv 12 \pmod{12} \rightarrow 5^{41} + 2 \equiv 12 \pmod{12}$$



۱۹. حداقل چند نفر در یک مهمانی حضور داشته باشند تا مطمئن شویم ۳ نفر از آن‌ها ماه و روز هفته تولدشان یکی

است؟

۱۶۸ (۱)

۸۴ (۲)

۸۵ (۳)

۱۶۹ (۴)

۱۲ ماه
۷ روز $\rightarrow 12 \times 7 = 84$



$$(84 \times 2) + 1 = 169$$

۱۶۸

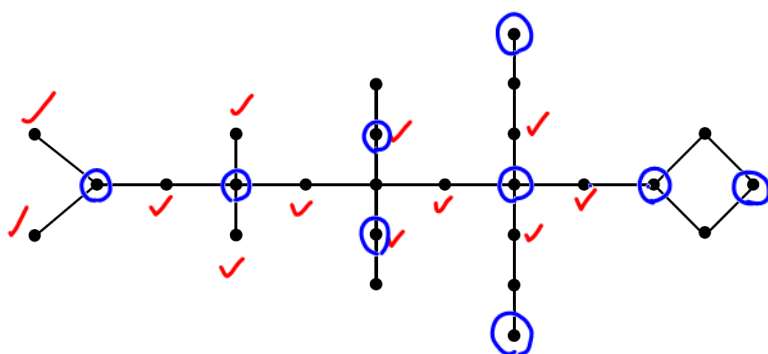
۲۰. در گراف شکل روبه‌رو، حاصل $\gamma(G) - \left\lceil \frac{n}{\Delta + 1} \right\rceil$ کدام است؟

۱ (۱)

۲ (۲)

۳ (۳)

۴ (۴)



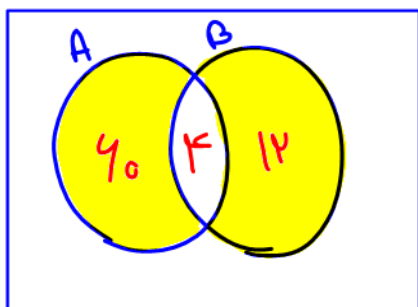
$$10 - \left\lceil \frac{14}{2+1} \right\rceil$$

$$9 - 4 = 5$$



آزمون جامع شماره ۷

۱. اگر $A = \{a, b, c, d, e, f\}$ و $B = \{a, f, g, i\}$ ، چند مجموعه وجود دارد که فقط زیر مجموعه یکی از دو مجموعه A یا B باشد؟



$$A \rightarrow 2^4 = 16$$

$$B \rightarrow 2^4 = 16$$

$$A \cap B \rightarrow 2^2 = 4$$

$$\text{جواب: } 40 + 12 = 52$$

یا B باشد؟

۸۰ (۱)

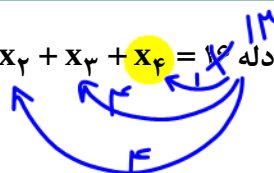
۷۶ (۲)

۷۲ (۳)

۶۴ (۴)

۲. تعداد جواب‌های طبیعی معادله $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 13$ که در آن $x_1 = 3$ ، $x_2 \geq 4$ و $x_3 > 3$ باشد، کدام است؟

$$x_3 \geq 4$$



$$0 + 0 + 0 = 4$$

$$\binom{3+13-1}{13-1} = \binom{15}{12} = 15$$

۱۶ (۱)

۱۰ (۲)

۱۵ (۳)

۳۵ (۴)

۳. مردی به احتمال 0.75 در مسابقه‌ای برنده می‌شود. احتمال اینکه پسر او در مسابقه برنده شود 0.6 و احتمال اینکه پدر در مسابقه‌ای که پسرش برنده شده است، برنده شود برابر 0.65 است. احتمال اینکه پدر و پسر هیچکدام در این مسابقات برنده نشوند چقدر است؟

$$P(A) = 0.75$$

$$P(B) = 0.6$$

$$P(A|B) = 0.45 = \frac{P(A \cap B)}{P(B) = 0.6}$$

۰/۳۵ (۱)

۰/۰۸ (۲)

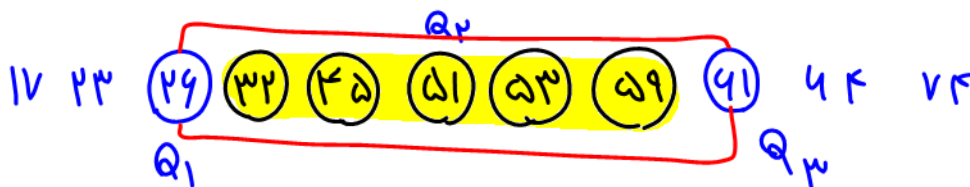
۰/۰۴ (۳)

۰/۲ (۴)

$$P(A' \cap B') = 1 - P(A \cup B) = 1 - [0.75 + 0.6 - 0.39] = 0.04$$



۴. فرض کنید سن افرادی که در یک روز سوار اتوبوس شده‌اند به صورت ~~۳۲, ۵۹, ۲۶, ۵۳, ۷۴, ۱۷, ۴۵, ۲۳, ۶۴, ۵۱, ۶۱~~ باشد. اگر سن این افراد را به وسیله یک نمودار جعبه‌ای نمایش دهیم، میانگین داده‌های داخل جعبه کدام است؟



- ۴۷ (۱)
- ۴۷/۶ (۲)
- ۴۸ (۳) ✓
- ۴۸/۴ (۴)

$$\bar{X} = \frac{170}{4} = 41.75 \approx 42$$

۵. فرض کنید احتمال ابتلای فردی به سرماخوردگی و آنفولانزا در پاییز یک سال به ترتیب ۰/۷ و ۰/۴ و احتمال اینکه این فرد به هیچ کدام از این دو بیماری مبتلا نشود ۰/۱۵ باشد. احتمال اینکه این فرد فقط به سرماخوردگی مبتلا شود، کدام است؟

$$P(A) = 0.7$$

$$P(B) = 0.4$$

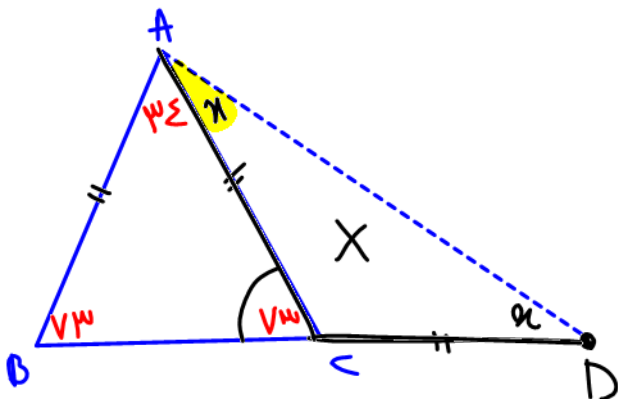
$$P(A' \cap B') = 1 - P(A \cup B) \Rightarrow 1 - [0.7 + 0.4 - 0.25] = 0.15$$

- ۰/۴ (۱)
- ۰/۴۵ (۲) ✓
- ۰/۵ (۳)
- ۰/۵۵ (۴)

$$P(A - B) = P(A) - P(A \cap B)$$

$$0.7 - 0.25 = 0.45$$

۶. در مثلث متساوی الساقین ABC ($\hat{A} = 34^\circ, AC = AB$)، قاعده BC را به اندازه ساق تا نقطه D امتداد می‌دهیم. زاویه $\hat{DAC}$ چند درجه است؟



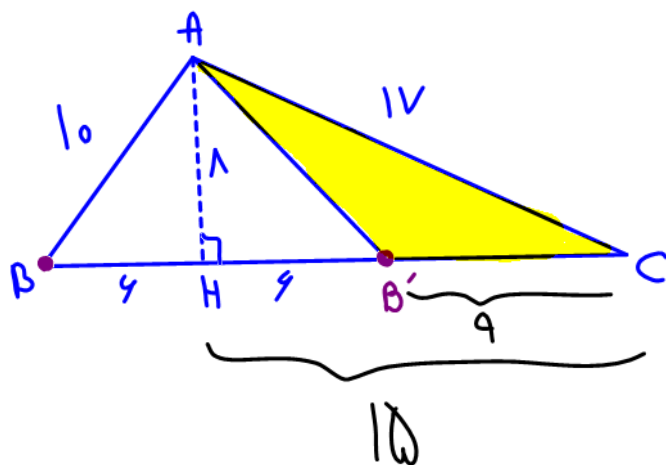
$$\angle A = 34^\circ$$

$$\angle DAC = 34/5$$

- ۳۶° (۱)
- ۳۶/۵° (۲) ✓
- ۳۹/۵° (۳)
- ۳۹° (۴)



۷. در مثلث ABC که $AB = ۱۰$ و $AC = ۱۷$ است، نقطه H پای ارتفاع $AH = ۸$ و بین دو رأس B و C است. اگر تحت بازتاب نسبت به خط AH ، ضلع AB به AB' تبدیل شود، مساحت مثلث $AB'C$ کدام است؟



$$S = \frac{1}{2} \times 8 \times CB'$$

$$S = \frac{72}{2} = 36$$

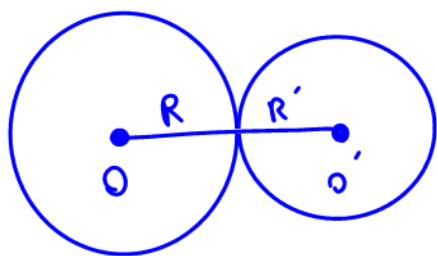
۹ (۱)

۱۸ (۲)

۲۷ (۳)

۳۶ (۴)

۸. طول خط‌المركزين دو دایره مماس خارج ۱۰ و اختلاف مساحت دو دایره ۸۰π است. اندازه مماس مشترک خارجی دو دایره کدام است؟



$$\pi R^2 - \pi R'^2 = 80\pi$$

$$\pi(R - R')(R + R') = 80\pi$$

$$\begin{cases} R + R' = 10 \\ R - R' = 8 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} R = 9 \\ R' = 1 \end{cases}$$

$$TT' = \sqrt{100 - (9-1)^2} = \sqrt{100 - 64} = 6$$

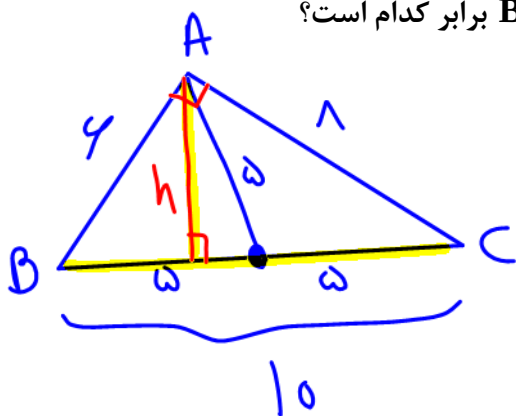
$2\sqrt{10}$ (۱)

$4\sqrt{3}$ (۲)

۷ (۳)

۶ (۴)

۹. در مثلث ABC ($m_a = 5, c = 6, b = 8$)، اندازه ارتفاع وارد بر ضلع BC برابر کدام است؟



$$5 \times 6 = 10 \times h$$

$$h = \frac{30}{10} = 3$$

$\frac{46}{BC}$ (۱)

$\frac{24}{BC}$ (۲)

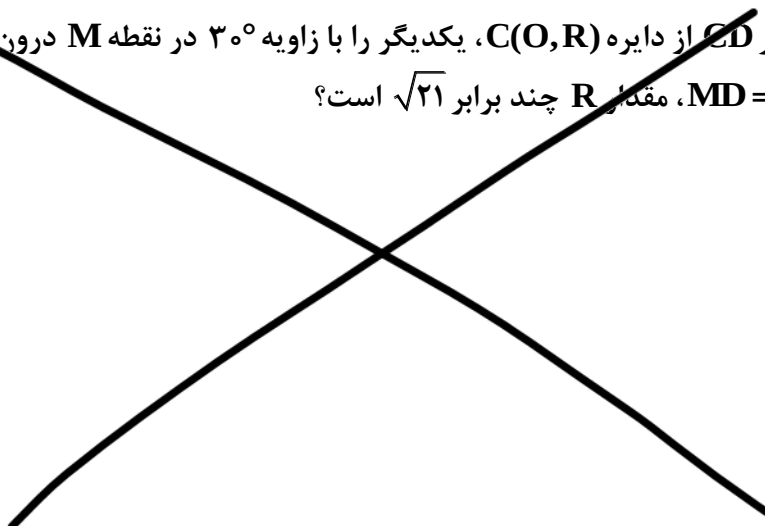
$\frac{48}{BC}$ (۳)

$\frac{28}{BC}$ (۴)

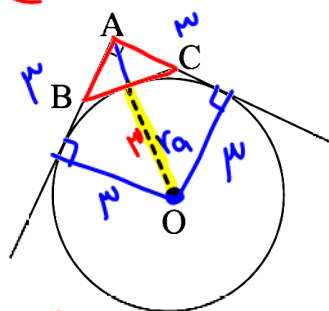


۱۰. قطر AB و وتر CD از دایره $C(O, R)$ ، یکدیگر را با زاویه 30° در نقطه M درون دایره قطع کرده‌اند. اگر داشته باشیم $MD = 2MC = 12$ ، مقدار R چند برابر $\sqrt{21}$ است؟

- (۱) ۱
(۲) ۲
(۳) $\frac{3}{2}$
(۴) $\frac{5}{2}$

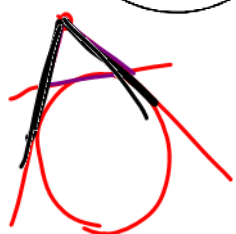


۱۱. دایره معادله $x^2 + y^2 - 2x - 2y - 7 = 0$ ، دایره محاطی خارجی نظیر وتر مثلث قائم‌الزاویه ABC با مساحت ۵ است. طول وتر BC کدام است؟



$$R = \frac{1}{p} \sqrt{4 + 4 + 21} = 3$$

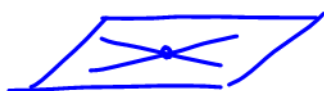
- (۱) $\frac{4}{3}$
(۲) ۲
(۳) $\frac{2}{3}$
(۴) ۴



$$r_a = \frac{S}{p-a} \rightarrow \mu = \frac{5}{3-a}$$

$$9 - 3a = 5 \rightarrow 3a = 4 \rightarrow a = \frac{4}{3}$$

۱۲. خطوط d_1 و d_2 در نقطه M متقاطعند. اگر صفحه P شامل نقطه M باشد، آنگاه کدام گزینه نادرست است؟

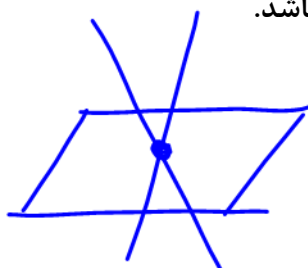


(۱) صفحه P می‌تواند شامل هر دو خط d_1 و d_2 باشد.

(۲) صفحه P می‌تواند شامل خط d_1 و موازی خط d_2 باشد.

(۳) صفحه P می‌تواند شامل خط d_2 بوده و با خط d_1 متقاطع باشد.

(۴) صفحه P می‌تواند با هر دو خط متقاطع باشد.





۱۳. اگر ماتریس $A = \begin{bmatrix} m & 2 \\ m+1 & 2 \end{bmatrix}$ وارون پذیر نباشد کدام یک از دستگاه‌های زیر فاقد جواب است؟

$$|A| = 2m - 2m - 2 = 0$$

$$m = 2$$

$$|A| = 0$$

$$\frac{1}{\omega} \neq \frac{1}{\gamma}$$

$$\begin{cases} (m-1)x + y = 7 \\ 5x + my = 6 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x + (m+1)y = 4 \\ mx + 2y = 4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} mx + y = 2 \\ 4x + my = 5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} (m+1)x + y = 1 \\ 6x + 2y = m \end{cases}$$

موازی

$$\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} \neq \frac{c}{c'}$$

۱۴. جواب دستگاه $\begin{cases} ax + by = 1 \\ bx + ay = 3 \end{cases}$ ماتریس X_1 و جواب دستگاه $\begin{cases} ax + by = 2 \\ bx + ay = 6 \end{cases}$ ماتریس X_2 است. اگر

$$X_1 = \begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{cases} x_2 = \frac{x_1}{2} \\ y_2 = \frac{y_1}{2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_1 - x_2 = 2 \\ y_1 - y_2 = 1 \end{cases}$$

باشد، $X_1 - X_2 = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}$ آنگاه $a + b$ کدام است؟

$$\begin{cases} \frac{1}{2}x_1 = 2 \rightarrow x_1 = 4 \\ \frac{1}{2}y_1 = 1 \rightarrow y_1 = 2 \end{cases}$$

$$\begin{matrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \end{matrix}$$

$$\begin{cases} 4a + 2b = 2 \\ 4b + 2a = 4 \end{cases}$$

$$4a + 4b = 8$$

$$3a + 3b = 4 \rightarrow 3(a+b) = 4$$

۱۵. معادله دایره‌ای که مرکز آن کانون سهمی $y = \frac{1}{4}x^2 - 3x + 2$ و مماس بر خط هادی این سهمی باشد، کدام

$$4y = x^2 - 4x + 4$$

$$4y - 4 = 0 \rightarrow y = 1$$

$$x^2 - 4x = 4y - 4$$

$$4a = 4 \rightarrow a = 1$$

$$F \mid 4 \quad S \mid \alpha \quad \beta$$

است؟ $2a = 1 \rightarrow a = \frac{1}{2}$

$$(x+3)^2 + (y-2)^2 = 1$$

$$(x+3)^2 + (y-2)^2 = \frac{1}{4}$$

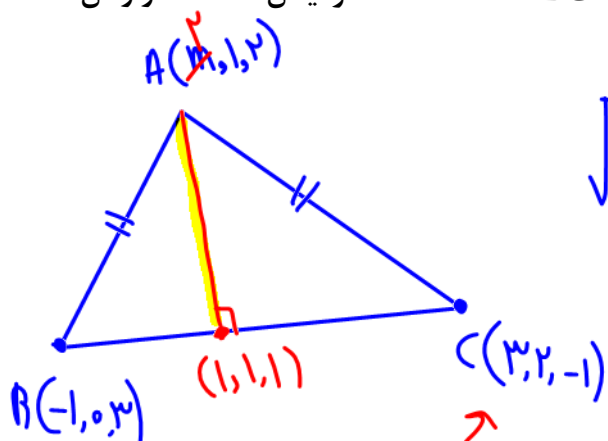
$$(x-3)^2 + (y+2)^2 = 1$$

$$(x-3)^2 + (y+2)^2 = \frac{1}{4}$$



۱۶. نقاط $A(m, 1, 2)$ ، $B(-1, 0, 3)$ و $C(3, 2, -1)$ سه رأس مثلث ABC هستند. اگر این مثلث در رأس A

متساوی الساقین باشد، اندازه ارتفاع وارد بر ضلع BC کدام است؟



$$\sqrt{(m+1)^2 + 1 + 1} = \sqrt{(m-3)^2 + 1 + 9}$$

$$m^2 + 2m + 1 + 1 = m^2 - 4m + 9 + 9$$

$$1m = 14 \rightarrow m = 2$$

$$\sqrt{1 + 0} = \sqrt{1}$$

$$\sqrt{2} \quad (1)$$

$$2 \quad (2)$$

$$3 \quad (3)$$

$$\sqrt{3} \quad (4)$$

۱۷. اگر دو عدد $4a - 7$ و $3a + 5$ دارای رقم یکسان یکسان باشند، رقم یکسان عدد $9a + 7$ کدام

است؟

$$1 \quad (1)$$

$$7 \quad (2)$$

$$5 \quad (3)$$

$$\text{صفر} \quad (4)$$

$$4a - 7 \equiv 3a + 5$$

$$a \equiv 12 \rightarrow a = 2$$

$$a = 2 \rightarrow 9(2) + 7 = 25$$

۱۸. اگر باقی مانده تقسیم عدد a بر ۷ برابر با ۵ و باقیمانده تقسیم عدد $2a$ بر ۵ برابر ۳ باشد. آنگاه باقی مانده تقسیم

عدد $2a$ بر ۳۵ کدام است؟

$$26 \quad (1)$$

$$24 \quad (2)$$

$$22 \quad (3)$$

$$20 \quad (4)$$

$$a \equiv 5$$

$$2a \equiv 3 \rightarrow 2a \equiv 8 \rightarrow a \equiv 4$$

$$\begin{cases} a \equiv 5 \\ a \equiv 4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a \equiv 19 \\ a \equiv 19 \end{cases}$$

$$a \equiv 19$$

$$2a \equiv 38 \equiv 3 \pmod{35}$$



۱۹. تعداد توابع غیر یک به یک از مجموعه $\{a, b, c\}$ به مجموعه $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ کدام

است؟

۱۳۳ (۱)

۲۱۰ (۲)

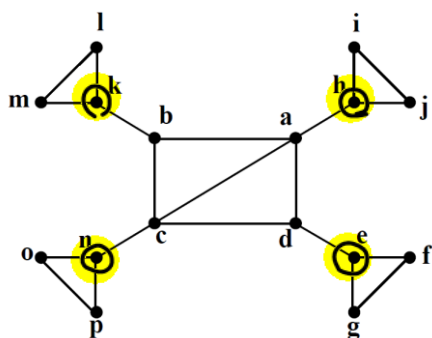
۲۱۴ (۳)

۲۲۸ (۴)

$$|S| = 7^3 = 343$$

$$p(7, 3) = \frac{7!}{3! \cdot 4!} = 35$$

$$343 - 35 = 308$$



۲۰. عدد احاطه‌گری گراف روبه‌رو کدام است؟

۵ (۱)

۶ (۲)

۳ (۳)

۴ (۴)



آزمون جامع شماره ۷

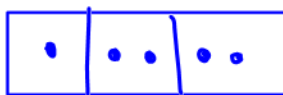
۱. یکی از افرازه‌های مجموعه A به صورت $\{a, b, c\}\{d, e\}$ است. تعداد افرازه‌های این مجموعه که شامل فقط یک مجموعه تک عضوی باشد، کدام است؟

$$A = \{a, b, c, d, e\}$$



$$\binom{5}{1} \binom{4}{4} = 5$$

$$+ \rightarrow 20$$



$$\frac{\binom{5}{1} \binom{4}{2} \binom{3}{3}}{2!} = 15$$

۵ (۱)

۱۰ (۲)

۱۵ (۳)

۲۰ (۴)

۲. ۷ کبوتر به چند طریق می‌توانند در ۵ لانه بنشینند به طوریکه دقیقاً ۲ لانه خالی بماند؟

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 7$$

$$0 + 0 + 0 = 7$$

$$\binom{7-1}{3-1} = \binom{6}{2} = 15$$

$$15 \times 10 = 150$$

۹۰ (۱)

۱۸۰ (۲)

۱۲۰ (۳)

۱۵۰ (۴)

۳. پنج سکه را باهم پرتاب می‌کنیم، احتمال اینکه تعداد "رو"های ظاهر شده عددی اول باشد، کدام است؟

$$P(k, n) = \frac{\binom{n}{k}}{2^n}$$

$$\frac{\binom{5}{1} + \binom{5}{3} + \binom{5}{5}}{2^5} = \frac{21}{32}$$

$\frac{1}{2}$ (۱)

$\frac{21}{32}$ (۲)

$\frac{9}{16}$ (۳)

$\frac{5}{8}$ (۴)



۴. اگر طول بازه اطمینان بالای ۹۵٪ میانگین ۸۱ داده برابر با ۱/۱۲ باشد، آنگاه انحراف معیار این داده‌ها کدام است؟

طول بازه

$n = 81$

۲/۵۲ (۱)

۲/۶۲ (۲)

۲/۲۵ (۳)

۲/۲۶ (۴)

$$\bar{x} - \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \leq \mu \leq \bar{x} + \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

$$\rightarrow \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 1/12$$

$$\left[\bar{x} - \frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \bar{x} + \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \right]$$

$$\sigma = \frac{1/12 \times 9}{1} = 2/52$$

۵. اگر A و B دو پیشامد مستقل باشند به طوری که $P(A \cap B) = 0/2$ و $P(A - B) = 0/5$ ، آنگاه حاصل $P(A' \cup B)$ کدام است؟

$$P(A - B) = P(A) - P(A \cap B)$$

$$0/5 = 0/7 - 0/2$$

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$$

$$0/2 = 0/7 \cdot P(B) \rightarrow P(B) = \frac{2}{7}$$

$$P(A' \cup B) = P(A') + P(B) - P(A') \cdot P(B)$$

$$\left(\frac{3}{10} + \frac{2}{7} \right) - \left(\frac{3}{10} \times \frac{2}{7} \right) = \frac{21}{70} + \frac{4}{70} - \frac{6}{70} = \frac{19}{70}$$

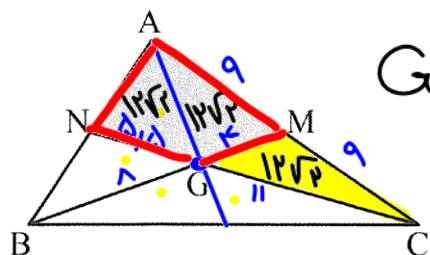
$\frac{2}{7}$ (۱)

$\frac{2}{7}$ (۲)

$\frac{5}{7}$ (۳)

$\frac{1}{2}$ (۴)

۶. در شکل زیر با رسم میانه‌های BM و CN و با فرض $AC = 18$ و $BM = 12$ و $CN = 16/5$ ، اندازه مساحت چهارضلعی AMGN کدام است؟



$$\Delta GMC \xrightarrow{P=1/2} S = \sqrt{12 \times 3 \times 18}$$

$$S = 12\sqrt{3}$$

$$S_{AMGN} = 12 \times 12\sqrt{3} = 144\sqrt{3}$$

$48\sqrt{2}$ (۱)

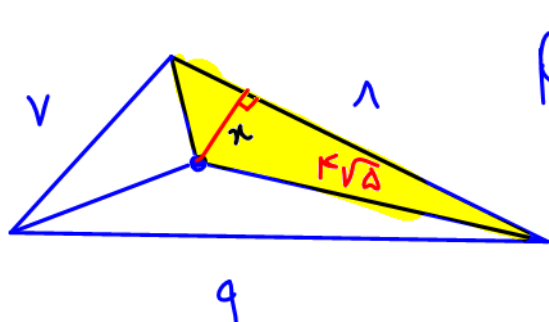
$36\sqrt{2}$ (۲)

$24\sqrt{2}$ (۳)

$12\sqrt{2}$ (۴)



۷. در مثلثی به طول اضلاع ۷، ۸ و ۹، فاصله نقطه هم‌رسی میانه‌ها از ضلع متوسط مثلث کدام است؟



$$p=12 \rightarrow S = \sqrt{12 \times 4 \times 5 \times 3}$$

$$S = 12\sqrt{5}$$

$$4\sqrt{5} = \frac{1}{p} \times 12 \times 8$$

$$p = \sqrt{5}$$

$$\frac{\sqrt{5}}{2} \quad (1)$$

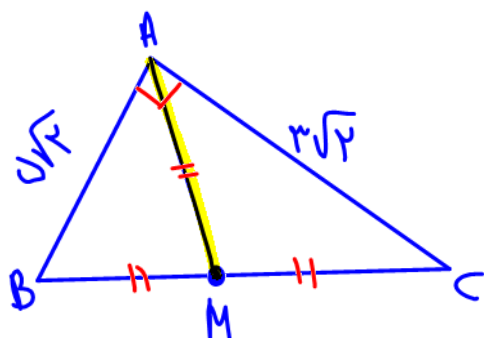
$$\sqrt{5} \quad (2)$$

$$\frac{\sqrt{3}}{2} \quad (3)$$

$$\sqrt{3} \quad (4)$$

۸. در مثلث ABC با اضلاع $AB = 5\sqrt{2}$ ، $AC = 3\sqrt{2}$ و میانه AM، رابطه $AB^2 + AC^2 = 4AM^2$ برقرار است.

مساحت مثلث ABC، کدام است؟



$$4AM^2 + \frac{BC^2}{4} = AB^2 + AC^2$$

$$\frac{BC^2}{4} = 4AM^2$$

$$BC^2 = 16AM^2 \rightarrow BC = 4AM$$

$$S = \frac{1}{2} \times 3\sqrt{2} \times 5\sqrt{2} = 15$$

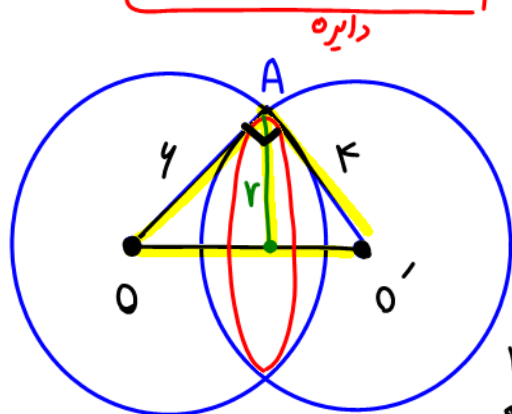
$$15\sqrt{2} \quad (1)$$

$$18 \quad (2)$$

$$18\sqrt{2} \quad (3)$$

$$15 \quad (4)$$

۹. دو کره به شعاع‌های ۴ و ۶ و طول خط‌المركزین $2\sqrt{13}$ مفروضند. محیط شکل حاصل از برخورد دو کره کدام است؟



$$4^2 + 6^2 = (2\sqrt{13})^2 \rightarrow \hat{A} = 90^\circ$$

$$r \times 4 = R \times 2\sqrt{13}$$

$$r = \frac{4 \times 2}{2\sqrt{13}} \rightarrow r = \frac{4}{\sqrt{13}}$$

$$S = 2\pi \left(\frac{4}{\sqrt{13}} \right) = \frac{8\pi}{\sqrt{13}}$$

$$\frac{24\pi}{\sqrt{13}} \quad (1)$$

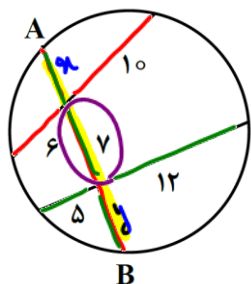
$$\frac{12\pi}{\sqrt{13}} \quad (2)$$

$$\frac{18\pi}{\sqrt{13}} \quad (3)$$

$$\frac{36\pi}{\sqrt{13}} \quad (4)$$



۱۰. در شکل زیر، طول وتر AB کدام است؟

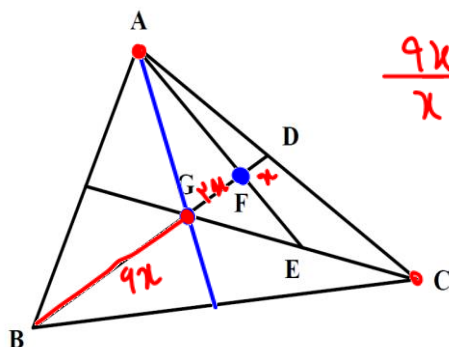


$$\begin{aligned} x(v+y) &= 4 \times 10 \\ y(x+v) &= 2 \times 12 \\ x(v+y) &= 40 \rightarrow v+x = 40 \rightarrow x = 0 \end{aligned}$$

- ۱۶ (۱)
۱۷ (۲)
۱۸ (۳)
۱۹ (۴)

$$10 + 10 + v = 17$$

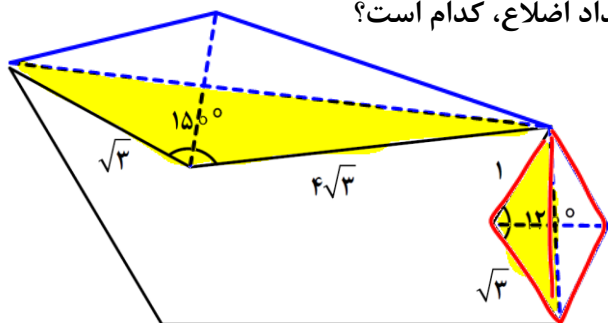
۱۱. در شکل زیر، G مرکز ثقل مثلث ABC است. اگر $GE = EC$ باشد، مقدار $\frac{BD}{FD}$ کدام است؟



$$\frac{9x}{x} = 9$$

- ۹ (۲)
۸ (۳)
۶ (۴)
۵ (۵)

۱۲. میزان افزایش مساحت شکل زیر، بدون تغییر در محیط و تعداد اضلاع، کدام است؟



$$\begin{aligned} 4 \left[\frac{1}{2} \times \sqrt{3} \times \sqrt{3} \times \frac{1}{2} \right] &= 4 \\ 4 \left[\frac{1}{2} \times 1 \times \sqrt{3} \times \frac{\sqrt{3}}{2} \right] &= 1.5 \end{aligned}$$

- ۱۵ (۱)
۹ (۲)
۷/۵ (۳)
۴/۵ (۴)



$$(A+I)(\dots)=I$$

۱۳. اگر $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ آنگاه حاصل جمع درایه‌های وارون ماتریس $A+I$ کدام است؟

$$A^2 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \Rightarrow A^3 = \bar{O}$$

$$\cancel{A^3} + I = (A+I)(\cancel{A^2} - A + I)$$

۶ (۱)

۹ (۲)

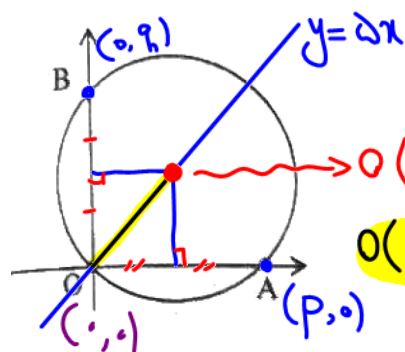
۳ (۳)

صفر (۴)

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -1 & -2 \\ 0 & 1 & -3 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

۱۴. دایره‌ای از سه نقطه A و B و O می‌گذرد. اگر $OA + OB = 24$ و خط $y - 5x = 0$ بر دایره عمود باشد، شعاع

این دایره کدام است؟



$O(2, 10)$

$$\frac{q}{p} = \frac{5p}{p} \rightarrow q = 5p$$

$$p + q = 24 \rightarrow p = 4, q = 20$$

$$R = \sqrt{2 + 100} = \sqrt{102} = 2\sqrt{25.5}$$

$2\sqrt{26}$ (۱)

$\sqrt{26}$ (۲)

$2\sqrt{23}$ (۳)

$\sqrt{23}$ (۴)

۱۵. دایره محیطی مثلث ABC با رئوس $A(-1, 0)$ و $B(3, 0)$ و $C(0, -3)$ را در نظر بگیرید. معادله خط مماس بر این

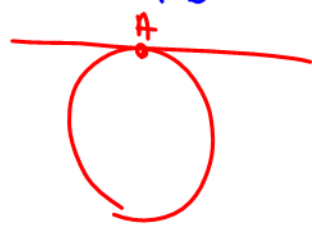
دایره در رأس A ، محور y ها را با کدام عرض قطع می‌کند؟

$$x^2 + y^2 + Ax + By + C = 0$$

$$A(-1, 0) \rightarrow 1 - A + C = 0 \rightarrow A = -2, C = -3$$

$$B(3, 0) \rightarrow 9 + 3A + C = 0$$

$$C(0, -3) \rightarrow 9 - 3B - 3 = 0 \rightarrow B = 2$$



$$x^2 + y^2 - 2x + 2y - 3 = 0$$

$O(1, -1)$

$$R = \frac{1}{2} \sqrt{4 + 4 + 12} = \sqrt{5}$$

$$(x-1)(x-1) + (y+1)(y+1) = 5$$

-1 (۱)

1 (۲)

2 (۳)

-2 (۴)



۱۶. بردارهای $\vec{a}$ و $\vec{b}$ مفروض‌اند. اگر $|\vec{a}| = 2$ ، $\vec{a} \cdot \vec{b} = -2$ و $|\vec{a} \times \vec{b}| = 4\sqrt{2}$ باشد، اندازه بردار $\vec{a} + \vec{b}$ کدام

$$|\vec{a} \times \vec{b}|^2 + (\vec{a} \cdot \vec{b})^2 = (|\vec{a}| |\vec{b}|)^2$$

$$32 + 4 = 4|\vec{b}|^2 \rightarrow |\vec{b}| = 3$$

$$|\vec{a} + \vec{b}|^2 = |\vec{a}|^2 + |\vec{b}|^2 + 2\vec{a} \cdot \vec{b}$$

$$4 + 9 - 4 = |\vec{a} + \vec{b}|^2 \rightarrow |\vec{a} + \vec{b}| = 3$$

است؟

- ۲ (۱)
 $2\sqrt{3}$ (۲)
 ۴ (۳)
 $\sqrt{17}$ (۴)

۱۷. چند عدد فرد سه رقمی وجود دارد که باقی‌مانده تقسیم آن‌ها بر ۱۷ و ۱۱ به ترتیب برابر ۱ باشند؟

$$\begin{cases} a \equiv 1 \pmod{17} \\ a \equiv 1 \pmod{11} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} a \equiv 45 \pmod{17} \\ a \equiv 1 \pmod{11} \end{cases} \rightarrow a \equiv 45 \pmod{187}$$

$$a = 187k + 45$$

$$100 \leq 187k + 45 \leq 999$$

$$55 \leq 187k \leq 954$$

$$1 \leq k \leq 5 \quad k = 1, 2, 3, 4, 5$$

- ۲ (۱)
 ۳ (۲)
 ۴ (۳)
 ۵ (۴)

۱۸. در همنهشتی به پیمانه m ، سه عدد a ، ۵۱ و ۱۲۸ در یک کلاس هم‌ارزی قرار می‌گیرند. مجموع ارقام کوچک‌ترین عدد ۴ رقمی a که مجموعه $\mathbb{Z}$ به دسته کم‌تری افراز شود، کدام است؟ ($m \neq 1$)

- ۳ (۱)
 ۴ (۲)
 ۵ (۳)
 ۶ (۴)



۱۹. در ظرفی ۴ گوی سفید، ۵ گوی سیاه، ۷ گوی زرد و ۲ گوی سبز وجود دارد. حداقل چند مهره از ظرف بیرون

بیاوریم تا مطمئن باشیم سه مهره غیر هم رنگ در بین آن‌ها وجود دارد؟ بزرگترین

$$(5 \text{ سیاه} + 7 \text{ زرد}) + 1 = 13$$

۱۸ (۱)

۱۷ (۲)

۱۴ (۳)

۱۳ (۴)

۲۰. اگر به ازای هر $x, y \in V(G)$ داشته باشیم $N_G[x] = N_G[y]$ و مجموع مرتبه و اندازه این گراف ۲۱ باشد،

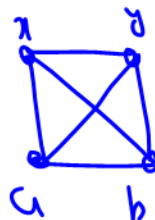
آنگاه حاصل $\delta + \Delta + pq$ در این گراف کدام است؟

$$p + \binom{p}{2} = 21$$

$$p = 4 \rightarrow q = 15$$

k_4

کتاب k_p



$$N(x) = \{u, y, b, a\}$$

$$N(y) = \{y, u, b, a\}$$

۸۰ (۱)

۹۰ (۲)

۱۰۰ (۳)

۱۱۰ (۴)